



1号卷·A10联盟2021届高三开年考

文科数学

巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学 天长中学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卷上作答。

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

- 若集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x^2 + 2x - 8 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$
- $\frac{3i-5}{2+3i}$ 的虚部为 ()
A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{9}{13}$ C. $-\frac{1}{13}$ D. $\frac{21}{13}$
- “共享单车，绿色出行”是近年来火爆的广告词，现对某市10名共享单车用户一个月内使用共享单车的次数进行统计，得到茎叶图如图所示，现有如下说法：①该组数据的极差为34；②该组数据的中位数为27；③该组数据的平均数为32，则上述说法正确的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

1	8
2	3 5 6 7
3	2 3 5
4	9
5	2

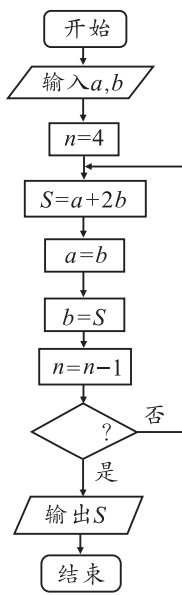
- “ $m < 4$ ”是“函数 $f(x) = 2x^2 - mx + \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

- 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 2x - 3 \geq y \\ y \leq 4 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最小值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. 4

- 已知 $x = 3^{\frac{1}{2}}$, $y = 0.5^{0.3}$, $z = \log_{0.2} 0.5$, 则 ()
A. $y < z < x$ B. $x < z < y$
C. $z < x < y$ D. $z < y < x$

- 运行如图所示的程序框图，若输入的 a, b 的值分别为2, 3, 输出的 S 的值为111, 则判断框中可以填 ()
A. $n \leq 2$ B. $n < 2$ C. $n < 1$ D. $n < 0$



- 已知 α 是第三象限角, $3\cos 2\alpha + \sin \alpha = 2$, 则 $\tan \alpha =$ ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, & x \geq 0 \\ \ln(-x), & x < 0 \end{cases}$, 则函数 $y = f(f(x))$ 的零点个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2, 点 P 在棱 AD 上, 过点 P 作该正方体的截面, 当截面平行于平面 B_1D_1C 且面积为 $\sqrt{3}$ 时, 线段 AP 的长为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在 C 的左支上, 过点 M 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 N , 则当 $|MF_2| + |MN|$ 取得最小值10时, $\triangle F_1NF_2$ 面积的最大值为 ()

- A. 25 B. $\frac{25}{2}$ C. $\frac{50}{9}$ D. $\frac{100}{9}$

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = -2a_2 = 6$, a_n, a_{n+2}, a_{n+1} 为等差数列, 则 $S_{2020} =$ ()
A. $4 + \frac{1}{2^{2020}}$ B. $4 + \frac{1}{2^{2018}}$ C. $4 - \frac{1}{2^{2020}}$ D. $4 - \frac{1}{2^{2018}}$

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22题~第23题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分。）

- 已知平面向量 $a = (2, \lambda), b = (-3, 6), c = (4, 2)$, 若 $a \parallel b$, 则 $(a + c) \cdot b =$ _____.
- 曲线 $y = a - \ln x$ 在点 $(1, a)$ 处的切线与曲线 $y = -e^x$ 相切, 则 $a =$ _____.
- 已知抛物线 $x^2 = 8y$ 的焦点为 F , 准线 l 交 y 轴于点 M , 过抛物线上一点 P 作 $PQ \perp l$ 交 l 于点 Q , 若 $|PF| = \frac{8}{3}$, 则 $\angle QPF =$ _____.
- 在正三棱锥 $S - ABC$ 中, $AB = BC = CA = 6$, 点 D 是 SA 的中点, 若 $SB \perp CD$, 则该三棱锥外接球的表面积为 _____.

三、解答题（本大题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

- （本小题满分12分）
随着冬季的到来，是否应该自觉佩戴口罩成为了人们热议的一个话题。为了调查佩戴口罩的态度与性别是否具有相关性，研究人员作出相应调查，并统计数据如表所示：

	认为冬季佩戴口罩十分必要	认为冬季佩戴口罩没有必要
男性	300	200
女性	150	150

- （Ⅰ）判断是否有99.9%的把握认为佩戴口罩的态度与性别有关？
（Ⅱ）若按照分层抽样的方法从男性中随机抽取5人，再从这5人中随机抽取2人，求恰有1人认为冬季佩戴口罩十分必要的概率。

参考公式：

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

参考数据：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

- （本小题满分12分）
在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,
 $c \sin A + \sqrt{3} a \sin \left(C + \frac{\pi}{2} \right) = 0$, $c = 6$.
（Ⅰ）求 $\triangle ABC$ 外接圆的面积；
（Ⅱ）若 $c = \sqrt{3}b$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$, 求 $\triangle ACM$ 的周长。

19. (本小题满分 12 分)

如图 (1) 所示, 平面四边形 $ABCD$ 由等边 $\triangle ACD$ 与直角 $\triangle ABC$ 拼接而成, 其中 $AB \perp AC$, $\tan \angle CBA = \frac{1}{2}$, E 为线段 AD 的中点, $\triangle ACD$ 的面积为 $\sqrt{3}$. 现将 $\triangle ACD$ 沿 AC 进行翻折, 使得平面 $DAB \perp$ 平面 DAC , 得到的图形如图 (2) 所示.

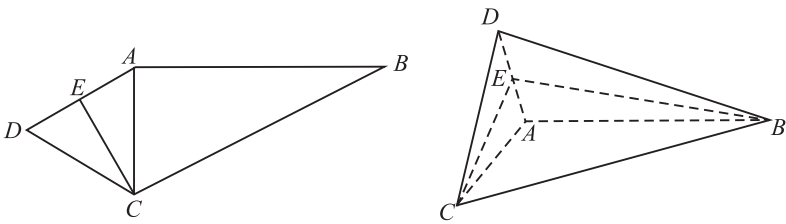


图 (1)

(I) 求证: $AB \perp AD$;

(II) 求点 D 到平面 BCE 的距离.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点

$$P\left(-1, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + m$ ($m \neq 0$ 且 $m \neq -\sqrt{3}$) 交椭圆 C 于 A, B

两点, 记直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 探究: $k_1 k_2$ 是否为定值, 若是, 求出该值; 若不是, 请说明理由.

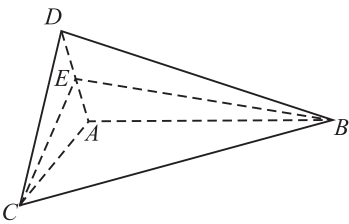


图 (2)

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 1 + (a+1)x + \ln x$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 对任意 $x > 0$, 求证: $\frac{2e^x}{xe^2} + 1 + (a+1)x > f(x)$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 解答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = \sqrt{3} + \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}),$$
以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \theta_0$ ($\rho \in \mathbf{R}$).

(I) 求曲线 C 的极坐标方程;

(II) 当 $\theta_0 \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, 设直线 l 与曲线 C 相交于 M, N 两点, 求 $|OM| + |ON|$ 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = \log_2 (|2x-1| + |x-4| - m)$ ($m \in \mathbf{R}$).

(I) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 求 m 的取值集合 M ;

(II) 在 (I) 的条件下, 正数 a, b 满足 $a, b \in M$, 求证:

$$\frac{a+b}{4ab+49} < \frac{1}{14}.$$