数　学(理科)

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|2x-4>0\}$,$B=\{x|2^{x-1}\leqslant 4\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A. $(1,2]$　　B. $(2,3]$

C. $(2,+\infty)$　　D. $[3,+\infty)$

2. 已知 $z=\dfrac{4-i^6}{2+i}$,则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 对应复平面内的点在 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. "$x^2>3$"是"$\log_2 x>1$"的 (　　)

A. 充分必要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分又不必要条件

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(3,-4)$,则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 上的投影为 (　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. $-2\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

5. 命题"$\forall x,y\in\mathbf{R}$,x^2+y^2 与 xy 至少有一个是正数"的否定为 (　　)

A. $\exists x_0,y_0\in\mathbf{R}$,$x_0^2+y_0^2$ 与 x_0y_0 都不是正数

B. $\forall x,y\in\mathbf{R}$,x^2+y^2 与 xy 都不是正数

C. $\exists x_0,y_0\in\mathbf{R}$,$x_0^2+y_0^2$ 与 x_0y_0 不都是正数

D. $\forall x,y\in\mathbf{R}$,x^2+y^2 与 xy 都是正数

6. 2019 年 4 月 15 日,巴黎圣母院发生大火,导致 800 年的古建筑被焚毁,火灾发生以后,全世界许多名人都通过网络对巴黎圣母院表示惋惜,法国总统马克龙也表示将重修巴黎圣母院,为了解世界名人对巴黎圣母院重修的看法,某同学计划在 2 名英国名人,3 名美国名人和 3 名中国名人中选择其中的 4 人,在其微博下留言,这 4 人恰好来自两个不同国家,则不同的选取方法有 (　　)

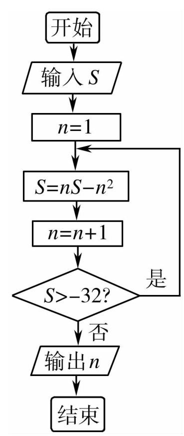
A. 45 种　　B. 40 种　　C. 30 种　　D. 25 种

7. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为 $F(c,0)$,左、右顶点分别为 M,N,点 P 在双曲线上(点 P 在第一象限),且 $PF\perp MN$,若双曲线 C 的一条渐近线的斜率恰好等于 $k_{PN}-k_{PM}$(其中 k_{PN},k_{PM} 分别为直线 PN,PM 的斜率),则双曲线 C 的渐近线方程为 (　　)

A. $y=\pm x$　　B. $y=\pm 2x$

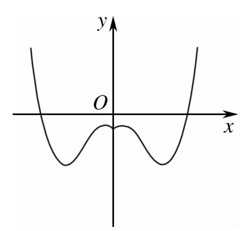
C. $y=\pm 4x$　　D. $y=\pm 6x$

8. 如图所示的程序框图,程序运行时,若输入的 $S=1$,则输出 n 的值为 (　　)



A. 4　　B. 5　　C. 8　　D. 9

9. 已知某函数的图象如图所示,则该函数的解析式可能是 (　　)



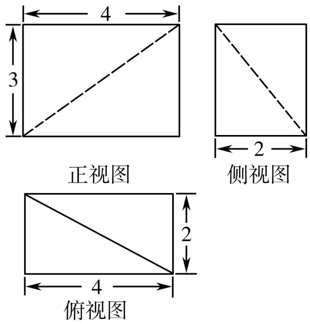
A. $y=\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)\cos x$　　B. $y=2^{|x|}-x^2-2$

C. $y=2^x-|x|+2$　　D. $y=(x^2-1)\cos x$

10. 若 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x-y+1\leqslant 0,\\2x-3y+6\geqslant 0,\\x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=-4x+2y$ 的最小值为 (　　)

A. -12　　B. -4　　C. 1　　D. 2

11. 已知将一个长方体挖掉一个四棱锥后得到的几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A. 16　　B. $\frac{26}{3}$

C. 8　　D. $\frac{16}{3}$

12. 设$\frac{3\pi}{8}$是函数 $f(x)=e^{2x}\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的一个零点，若曲线 $y=f(x)$在 $x=n\pi(n\in\mathbf{N}^*)$处的切线为 l_n，且 l_n 与 x 轴交于点$(x_n,0)$，则 $\sum\limits_{i=1}^{20}x_i=$（　　）

A. $200\pi-5$　　B. $200\pi+5$

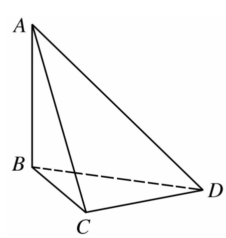
C. $210\pi-5$　　D. $210\pi+2$

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在题中的横线上.

13. 直线 $y=x$ 被圆$(x-1)^2+(y-3)^2=4$ 截得的弦长为________.

14. 如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB\perp$平面 BCD，$AC\perp CD$，且 $AB=4$，$BC=CD=2$，则三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为________.



15. 过抛物线 $E:y^2=4x$ 的焦点 F，作直线 l_1，l_2，分别交抛物线 E 于点 A，C 和 B，D，其中 l_1 的斜率为 $k(k>1)$，若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，且四边形 $ABCD$ 的面积为 128，则 $k=$________.

16. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=60°$，$AB=2$，点 D 在线段 AC 上，且满足 $AD=3DC$，若 $BD=4$，则边 BC 的长为________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知$\{a_n\}$是等差数列，其前 n 项和为 S_n，若 $a_3+a_9=12$，且 $S_{19}=190$.

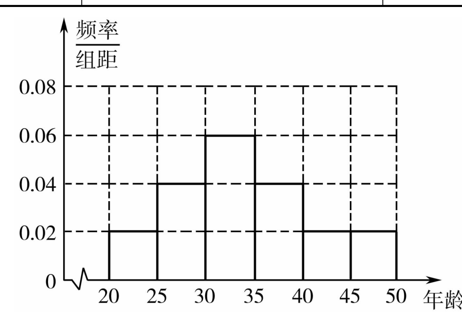
（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若 $b_n=\frac{a_{n+1}}{2^n}$，且数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<3$.

18.（本小题满分 12 分）

某地计划从 2019 年 9 月 1 日开始实行每周四天半（即每周休息两天半）工作制，在新制度执行之前，先在本地部分单位抽取了 n 名职工进行了调查，得到如下数据：

分组	支持“四天半工作制”的人数	占本组的频率
[20,25)	40	0.8
[25,30)	50	p
[30,35)	120	0.8
[35,40)	80	0.8
[40,45)	20	0.4
[45,50]	10	0.2



（Ⅰ）求 p 与 n 的值；

（Ⅱ）试根据频率分布直方图估计参与调查的职工年龄的中位数（精确到整数）；

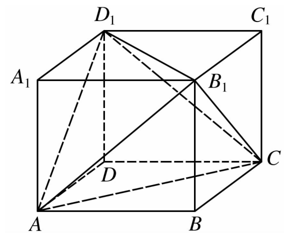
（Ⅲ）从年龄在[30,35)，[35,40)之间的被调查职工中按照年龄分布进行分层抽样，抽取 5 人，若从这 5 人中再随机抽取 3 人进行座谈，记年龄在[30,35)之间的职工数为 X，求 X 的分布列与数学期望.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求证：平面 $AB_1D_1\perp$平面 CB_1D_1；

（Ⅱ）求二面角 $C-AB_1-D_1$ 的大小.



20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 M 在椭圆 E 上，若 $|MF_2|=|F_1F_2|$，$\cos\angle MF_2F_1=-\frac{1}{8}$，且$\triangle MF_1F_2$ 的周长为 14.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 F_1 作直线 l 与椭圆 E 交于 A,B 两点，直线 l 与直线 $y=-2x$ 交于点 P，若 P 恰好是 AB 的中点，求直线 l 的方程.

21.(本小题满分 12 分)

已知 $f(x)=m\ln x-2x(m>0)$.

(Ⅰ)若 $\forall x>0$,都有 $f(x)\leqslant 0$,求 m 的取值范围;

(Ⅱ)若 $m=1$,曲线 $y=f(x)$ 上的点 $(x_0,y_0)(x_0>0)$ 处的切线 l 与 $y=x^2$ 相切,求满足条件的 x_0 的个数.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ $\left(t\text{ 为参数},0\leqslant\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$,以原点为极点,$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{8\cos\theta}{1-\cos 2\theta}$.

(Ⅰ)求过曲线 C 的焦点且垂直于其对称轴的弦长;

(Ⅱ)若曲线 C 的焦点为 F,且直线 l 与曲线 C 交于点 A,B 两点,$|FA|\cdot|FB|=9$,求直线 l 的斜率.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知 $a>0,b>0$,且 $a+16b=8ab$,若 ab 的最小值为 P.

(Ⅰ)求 P 的值;

(Ⅱ)若不等式 $|x|+|x+1|\leqslant 2P$ 在 $x\in[m-1,m]$ 上恒成立,求实数 m 的取值范围.

学校 班级 学号 姓名

弥 封 线

数　学(理科)

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

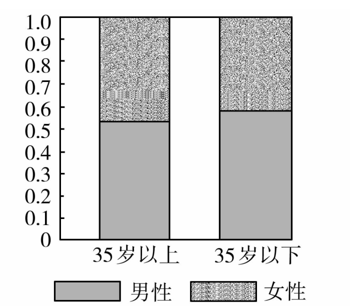
1. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2+2x\leqslant 0\}$,则集合 A 的子集个数为　(　　)

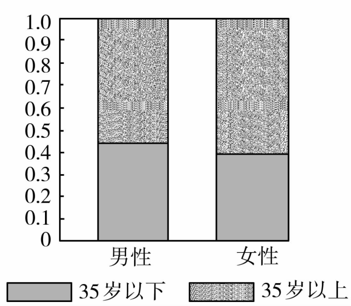
A. 3　B. 6　C. 8　D. 9

2. 若复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$,则复数 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于　(　　)

A. 第一象限　B. 第二象限
C. 第三象限　D. 第四象限

3. 为了了解市民对学习强国 APP 的关注情况,某调查机构在 4 月份的某两天抽取了部分市民作为样本,分析其年龄和性别结构,并制作出如下等高条形图.





根据图中(35 岁以上含 35 岁)的信息,下列结论中不一定正确的是　(　　)

A. 样本中男性比女性更关注学习强国 APP
B. 样本中关注学习强国 APP 的多数女性在 35 岁以上
C. 关注学习强国 APP 的 35 岁以下的男性人数比 35 岁以上的女性人数多
D. 样本中 35 岁以上的人对学习强国 APP 的关注度更高

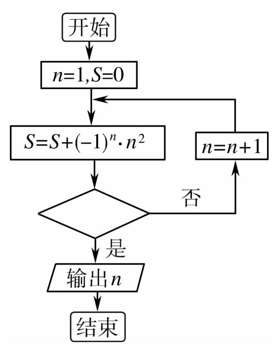
4. 若 $a\in\mathbf{R}^+$,二项式 $(ax+1)^6$ 的展开式中所有项的系数之和为 729,则实数 a 的值为　(　　)

A. -3　B. -2　C. 3　D. 2

5. 若正六边形 $ABCDEF$ 是圆 O 的内接正六边形,则在圆 O 中任取一点,该点取自正六边形 $ABCDEF$ 内(含边界)的概率为　(　　)

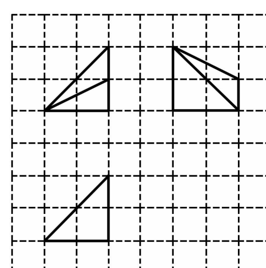
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$　B. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2\pi}$　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$　D. $\dfrac{3}{2\pi}$

6. 根据如图所示的程序框图,若输出的 n 的值为 4,则在判断框内应填入　(　　)



A. $S\geqslant 10$?　B. $S<10$?　C. $S\geqslant -6$?　D. $S<3$?

7. 如图,网格纸上的每个小正方形的边长为 1,若图中粗线画的是某几何体的三视图,则该几何体的体积等于　(　　)



A. $\dfrac{8}{3}$　B. 2　C. 3　D. $\dfrac{9}{2}$

8. 若函数 $f(x)$ 满足:对任意实数 x,y,都有 $f(x)+f(y-x)=f(y)$,且当 $x>0$ 时,$f(x)=\mathrm{e}^x-x-1$,则不等式 $|f(x)|\leqslant \ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}$ 的解集为　(　　)

A. $(0,\ln 2]$
B. $(-\infty,-\ln 2]\cup[\ln 2,+\infty)$
C. $(-\infty,\ln 2]$

D. $[-\ln 2,\ln 2]$

9. 若抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 点的直线交抛物线 C 于 P,Q 两点，且使 $\overrightarrow{PF}=2\overrightarrow{FQ}$，$O$ 为坐标原点，则△POF 的面积为 ( )

A. $2\sqrt{2}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 4

10. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x\cdot\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，将 $f(x)$ 图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后，再将所得图象上各点的纵坐标扩大为原来的两倍，横坐标不变，得到函数 $g(x)$ 的图象，同时函数 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称. 若 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{20},0\right]$ 上是单调递减函数，则正数 ω 的值为 ( )

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{13}{3}$　　D. 4

11. 已知 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线与双曲线交于 A,B 两点，若 $\angle F_1AB=\angle F_1F_2A$，且 $|F_1B|=2|F_1A|$，则 $\frac{b}{a}$ 的值为 ( )

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

12. 已知函数 $f(x)=\ln x-ax$ 有两个不相等的零点 x_1,x_2. 设函数 $g(x)$ 满足 $g\left(g(x)-\frac{4}{x}\right)=4$，比较 $g(1)$ 与 x_1x_2 的大小 ( )

A. $g(1)>x_1x_2$　　B. $g(1)<x_1x_2$

C. $g(1)=x_1x_2$　　D. 无法比较

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在题中的横线上.

13. 已知 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 的方向上的投影为 $\frac{3}{2}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 为________.

14. 在△ABC 中，D 是 BC 边的中点，且 $AB=3$，$AC=2$，$AD=\sqrt{3}$，则△ABC 的形状为________三角形.

15. 已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$ 在 $x=1$ 处的切线与曲线 $|y-2|=\sqrt{a-x^2}$ 只有一个公共点，则实数 a 的值为________.

16. 甲、乙、丙、丁四人玩数字游戏，其中一人进行监督，每人从标有数字 1 到 12 的 12 张卡片中抽取 4 张.
甲说：我抽到的数字有 6 和 11；
乙说：我抽到的数字有 10 和 12；
丙说：我抽到的数字特别有意思，你们能猜中其中两个吗？
监督员丁看了丙抽到的数字，说：真奇妙，你们三个所抽的数字之和相等.
从他们的对话，你可以推断丙所抽到的数字中必有的两个数字为________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_5=S_3+24$，$a_2a_7+a_4a_5=256$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

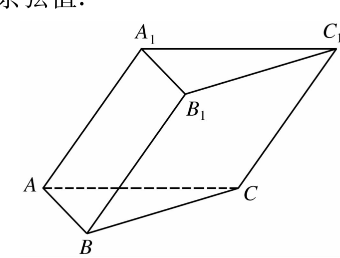
（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_n=\log_2a_{n+1}\cdot\log_2a_{n+2}$，设 $c_n=\frac{1}{b_n}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 是菱形，$\angle A_1AC=60°$，底面三角形 ABC 是等腰三角形，$\angle ABC=90°$，在侧面 ABB_1A_1 中，$\cos\angle A_1AB=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

（Ⅰ）求证：平面 $ABC\perp$ 平面 ACC_1A_1；

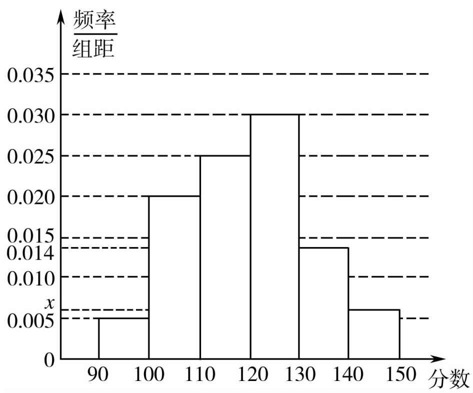
（Ⅱ）设 D,F 分别为 A_1C_1 和 BC 的中点，求锐二面角 $B-AD-F$ 的余弦值.



19.(本小题满分 12 分)

某校随机抽取了部分高三年级学生学业水平考试的成绩(单位:分),并将所得成绩绘制成如图的频率分布直方图,其中成绩范围为[90,150],样本数据分组为[90,100),[100,110),[110,120),[120,130),[130,140),[140,150].在高校自主招生考试中对于学业水平考试的成绩在 130 分以上(含 130 分)的学生可以作为推荐对象.

频率分布直方图



(Ⅰ)求图中 x 的值;

(Ⅱ)若该年级有 1 400 人,则估计有多少人具有推荐资格?

(Ⅲ)该校拟定一个中长期计划,在高二年级也同样用这种高三年级的方式.在高二年级学生中任选 4 名学生,设这 4 名学生中具有推荐资格的人数为 X,求 X 的分布列和数学期望.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率 $e=\frac{\sqrt{6}}{3}$,由椭圆中心、上顶点、右顶点所围成的三角形面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(Ⅰ)求椭圆的标准方程;

(Ⅱ)F 是椭圆的上焦点,直线 $x=my+n(m<0,n>0)$不过点 F,且与圆 $x^2+y^2=b^2$ 相切,交椭圆于 M,N 两点.试比较$\triangle MNF$ 的周长与椭圆的长轴长的大小.

21.(本小题满分12分)

设函数 $f(x)=(a+1)\ln x-\frac{x^2}{2}+ax(a\in\mathbf{R})$,

$g(x)=-\frac{b}{4}x^3+\frac{b+2}{2}x^2+b+1(b\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$的单调区间和极值;

(Ⅱ)当 $a=1$ 时,$F(x)=g(x)-\frac{b}{2}x\cdot f(x)$在$[1,e]$上有零点,求实数 b 的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22,23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分10分)选修4—4:坐标系与参数方程

已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+2\cos\theta,\\y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数),曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+t\cos\alpha,\\y=t\sin\alpha\end{cases}$ $\left(t\text{ 为参数},\alpha\neq\frac{\pi}{2}\right)$.曲线 C_2 与曲线 C_1 交于 M,N 两点.

(Ⅰ)求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的普通方程;

(Ⅱ)设点 $P(-2,0)$,若$|PM|,|MN|,|PN|$成等比数列,$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,求 $\tan\alpha$ 的值.

23.(本小题满分10分)选修4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x+1|-|x-1|$.

(Ⅰ)解不等式 $f(x)\geqslant 0$;

(Ⅱ)若不等式 $2m^2-7m+\frac{3}{2}\leqslant f(x)$对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

学校 ________ 班级 ________ 学号 ________ 姓名 ________

弥 封 线

能力提升卷(三)

数　学(理科)

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=\frac{3+i}{2-i}$,则 $\bar{z}=$ (　　)

A. $1-i$　　B. $1+i$

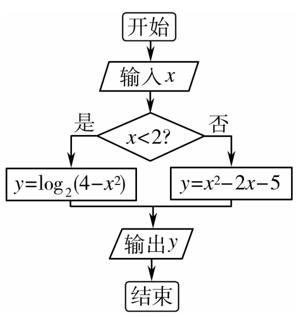
C. $\frac{4}{3}+\frac{5}{3}i$　　D. $\frac{4}{3}-\frac{5}{3}i$

2. 已知集合 $A=\{y|y=e^{\sqrt{4x-x^2}}\}$,集合 $B=\{x|x^2-6x-16\leqslant 0\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A. $(0,8]$　　B. $[1,e^2]$

C. $[1,8]$　　D. $[-2,e^2]$

3. 执行下面的程序框图,若输出的值为 3,则输入的 x 的值是 (　　)



A. 4　　B. $-2,2,4$

C. $2,4$　　D. $-2,4$

4. 已知函数 $f(x)=x\cos^2x$,则 $f'(x)=$ (　　)

A. $\cos^2x-\sin 2x$　　B. $\cos^2x-x\sin 2x$

C. $\cos^2x-2x\sin 2x$　　D. $\sin^2x+x\cos 2x$

5. 已知棱长为 2 的正四面体 $P-ABC$,D 为 PC 的中点,则 PA 与 BD 所成角的余弦值为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{33}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

6. 已知 $f(x)=x^2-10x+9$,数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,a_3,a_9 是 $f(x)=0$ 的两实数根,则 $f(a_6)=$ (　　)

A. -12　　B. 48

C. -12 或 48　　D. 12 或 48

7. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\x+y-1\geqslant 0,\\3x-2y\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=\frac{y+3}{x+1}$ 的最小值是 (　　)

A. $\frac{18}{7}$　　B. 4　　C. 3　　D. 2

8. 已知曲线 $C:y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 可以由曲线 $C_1:y=2\cos x$ 通过如何变换得到 (　　)

A. 将曲线 C_1 上各点横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$,纵坐标不变,再把得到的曲线向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

B. 将曲线 C_1 上各点横坐标扩大到原来的 2 倍,纵坐标不变,再把得到的曲线向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C. 将曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,再把曲线上各点的横坐标扩大到原来的 2 倍,纵坐标不变

D. 将曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,再把曲线上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$,纵坐标不变

9. 由 $y=x^3$,$y=\frac{1}{x}$,$x=2$ 与 x 轴围成的封闭区域为 M,由不等式组 $\begin{cases}0<x<2,\\0<y<1\end{cases}$ 表示的区域为 N,记"在 N 内随机取一点 Q,则点 Q 落在 M 内"为事件 A,则 $P(A)=$ (　　)

A. $\frac{1-\ln 2}{2}$　　B. $1-\frac{1}{2}\ln 2$

C. $\frac{1}{8}+\ln 2$　　D. $\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\ln 2$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,点 $P(2,\sqrt{3})$ 到双曲线的两条渐近线距离之积为 $\frac{12}{7}$,则双曲线的离心率为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 或 $\frac{7\sqrt{10}}{20}$　　B. $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{7\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{7\sqrt{10}}{20}$　　D. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$

11. 已知$\odot P$：$(x-2)^2+(y-1)^2=4$，直线 l 过点$C(3,0)$且与$\odot P$交于A，B两点，当$|AB|$的长度最短时，则以$|AB|$为直径的圆的方程为(　　)

A. $(x-2)^2+y^2=2$　　B. $(x-3)^2+y^2=3$

C. $(x-2)^2+y^2=4$　　D. $(x-3)^2+y^2=2$

12. 对任意的实数 t，函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}-2x^2-4\ln x+[6-a+(t-e^t)^2]x$ 是增函数，则实数 a 的取值范围是(　　)

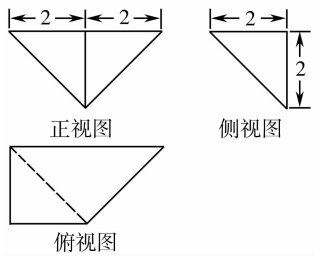
A. $(-\infty,1)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $(0,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在题中的横线上.

13. 如图所示三视图，该几何体的体积是________.



14. 设函数 $f(x)=a\sin(x+\alpha)+b\sin(x+\beta)$，则条件 p：$f(\pi)=0$ 是条件 q：$f(x)$是奇函数的________(充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件、既不充分也不必要条件).

15. 已知在平面直角坐标系中，$A(-1,0)$，$B(0,1)$，$C(3,0)$，$P(0,0)$，$\overrightarrow{PQ}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{PA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{PB}$，$|\overrightarrow{CD}|=1$，$|\overrightarrow{PQ}-\overrightarrow{PD}|$的最小值是________.

16. 已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n=2a_{n-1}+3$，$S_n=a_1C_n^1+a_2C_n^2+a_3C_n^3+\cdots+a_nC_n^n$，则 $S_n=$________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\cos^2x-3\sin^2x-4\sqrt{3}\sin x\cos x+3$.

(Ⅰ)求 $f(x)$最大值和最小正周期；

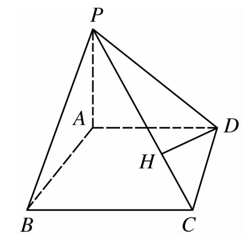
(Ⅱ)设 a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，若 $f(A)=-2$，且 $b+c=5$，求 a 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

$PA\perp$平面 $ABCD$，$AD\parallel BC$，$AD\perp CD$，$AD=2$，$CD=1$，$BC=3$，$PA=2$，$CH=\dfrac{1}{3}CP$.

(Ⅰ)求证：$DH\parallel$平面 PAB；

(Ⅱ)求二面角 $B-PC-D$ 的余弦值.



19.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为 $A(2\sqrt{2},0)$,且椭圆的焦距等于短轴长.

(Ⅰ)求椭圆的方程;

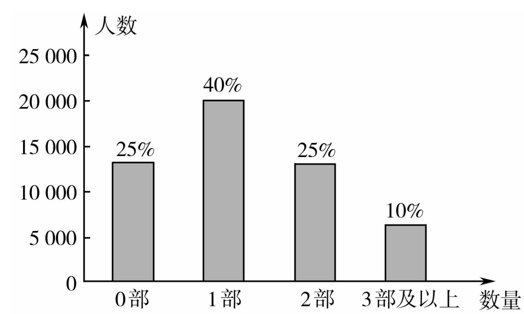
(Ⅱ)过椭圆 E 的右焦点作垂直于 x 轴的直线,交椭圆 E 于 B 点. 过 A,B 两点分别作两条斜率互为相反数的直线交椭圆 E 于 N,M 点,假设直线 MN 斜率存在,问直线 MN 的斜率是否为定值?若不是,请说明理由;若是,请给出答案.

20.(本小题满分 12 分)

某大学有一项历时近 1 年的调查显示,全国 5 万多名受访者接触电视的频率、时间正在严重下滑. 不过,研究者并不因此感到悲观,因为调查数据同时揭示了媒介融合带来的一系列有趣现象. 在传统媒体中依然保持领先地位的电视,遇到"上网",表现就显得逊色了. 所以现在小屏幕,就有大用途,调查显示,受访者每天使用电脑上网的时间达 1.77 个小时,使用手机上网的时间最多,为 2.7 个小时. 研究得出,在所有的受访者中,75% 的受访者拥有智能手机,而手机上网已经成为这些拥有智能手机受访者获取信息、寻求娱乐的第一媒介接触方式.

现在要对智能手机运行情况进行调查,要对受访者中拥有不同数量智能手机的人采用分层抽样的方法抽取 20 人,如图是受访者拥有智能手机数量的比例图表.

智能手机拥有数量(%)



(Ⅰ)应从拥有不同数量智能手机的人中如何抽取?

(Ⅱ)现从抽取的拥有智能手机的人中再抽取 3 人做测评.

(ⅰ)用 X 表示抽取的 3 人中拥有 2 部手机的人数,求随机变量 X 的分布列与数学期望;

(ⅱ)设 A 为事件"抽取的 3 人中,既包含有 2 部智能手机的人,又包含有 3 部及以上智能手机的人",求事件 A 发生的概率.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{3x^2+m}{x}$,$g(x)=2\ln x+x$.

(Ⅰ)若 $y=x+1$ 是 $f(x)$的一条切线,求 m 的值;

(Ⅱ)设 $F(x)=f(x)-g(x)$,x_1,x_2 为 $F(x)$的极值点,且 $x_1<x_2$,证明:$F(x_2)>2x_2$.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

已知曲线 C:$\begin{cases}x=\sqrt{3}+2\cos\theta,\\ y=1+2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

(Ⅰ)求曲线 C 的极坐标方程;

(Ⅱ)若曲线 C 上有 P,Q 两点,且$\angle POQ=\frac{\pi}{6}$,求$\triangle POQ$ 面积的最大值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x+2|-|x-a|$.

(Ⅰ)当 $a=2$ 时,求 $f(x)\leqslant 4$ 的解集;

(Ⅱ)证明:$f(x)$的最小值小于等于零恒成立.