姓名 学号 班级 学校

弥 封 线

数　学（理科）

（本试卷满分 150 分，建议用时：120 分钟）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.**【研发题】**设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $A\cap \mathbf{N}^*$ 中元素的个数是（　　）

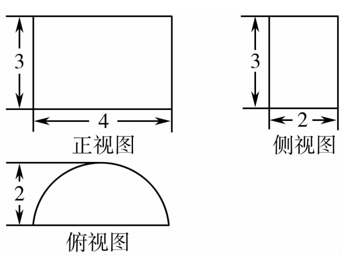
A. 无数个　　B. 3

C. 4　　D. 5

2.**【细磨题】**$(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg 50$ 的结果是（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

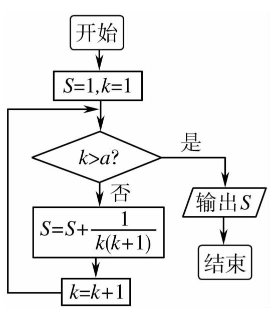
3.**【细磨题】**一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A. $12+10\pi$　　B. $16+10\pi$

C. $12+12\pi$　　D. $16+12\pi$

4.**【细磨题】**某程序框图如图所示，若判断框里 $a=5$ 时，则该程序运行后最后输出的结果是（　　）



A. $\frac{9}{5}$　　B. $\frac{11}{6}$

C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{5}{3}$

5.**【细磨题】**函数 $f(x)=\begin{cases}(2k-2)x+7-3k(x<1),\\3+\ln x(x\geqslant 1),\end{cases}$ 若 $f(x)$ 值域为 $\mathbf{R}$，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $(1,2]$　　B. $(-\infty,2]$

C. $(0,2]$　　D. $[2,+\infty)$

6.**【细磨题】**在区间 $[-1,11]$ 上随机取一实数 x，则该实数 x 满足不等式 $\log_3 x\leqslant 2$ 的概率为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

7.**【研发题】**已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n^2=a_{n-1}a_{n+1}$，$n\geqslant 2$，$a_n<0$，若 $a_2a_6+2a_4a_6+a_3a_9=36$，则 a_4+a_6 的值为（　　）

A. -6　　B. 6　　C. 18　　D. ± 18

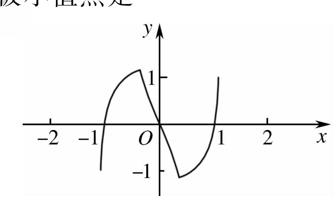
8.**【研发题】**$\dfrac{\cos 180^\circ}{\sin 350^\circ}+\dfrac{\tan 240^\circ}{\cos 190^\circ}$ 的值是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. $\frac{1}{4}$

9.**【研发题】**已知 $F(5,0)$ 为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的一个焦点，其中 $a>0,b>0$，以点 F 为圆心作一个圆，与它的两条渐近线相切于 A,B 两点，该圆的面积是 16π，则四边形 $AOBF$ 的面积是（　　）

A. 10　　B. 12　　C. 15　　D. 20

10.**【细磨题】**已知函数 $y=xf'(x)$ 的图象如图所示（其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数），则函数 $y=f(x)$ 的极小值点是（　　）



A. $x=-1$　　B. $x=0$

C. $x=\frac{1}{2}$　　D. $x=1$

11.【研发题】《九章算术》中在“商功”部分有许多立体图形的体积算法,“今有方堡棱,底为矩,一点之三度和 6,周遭面 22 平方,问立圆积几何?”大意是:今有一个直四棱柱底面为矩形,某一顶点的三棱长之和是 6,全面积是 22,它的外接球体积为 V,则 V 的值为 (　　)

A. $\frac{7\sqrt{14}}{3}\pi$　　B. $\frac{7\sqrt{11}}{3}\pi$

C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　　D. $\frac{4\sqrt{7}}{3}\pi$

12.【细磨题】$f(x)=(x-2\,019)(x-2\,020)(x-\lambda)(\lambda\neq 2\,019,\lambda\neq 2\,020)$,$f'(x)$是 $f(x)$的导函数,若数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2+n+1$,则数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 n 项和 $T_n<f'(\lambda)-\lambda^2+4\,040\lambda-2\,019\times 2\,020$ 恒成立,则 λ 的取值范围为 (　　)

A. $\left[\frac{5}{24},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{5}{24},+\infty\right)$

C. $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13.【细磨题】有 5 名同学将到 3 个风景优美的地方 A,B,C 去旅游,每个地方至少有 1 人,某地去了 3 人,则不同的方案有________种.

14.【研发题】x,y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\x-2y-2\leqslant 0,\\2x-y+2\geqslant 0,\end{cases}$则目标函数 $z=2x+y$ 的最大值为________.

15.【细磨题】$\left(2x+\frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中,x^3 项的系数是________.

16.【细磨题】已知函数 $f(x)=x\ln x$,存在 $x\in[1,+\infty)$,使得 $f(x)\leqslant ax-2$,则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.【研发题】(本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,$a-b\cos C=c\sin B$.

(Ⅰ)求 B;

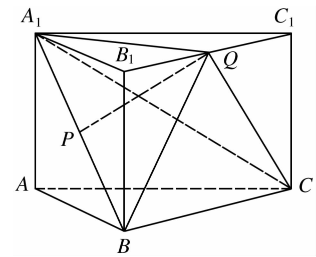
(Ⅱ)若 $AC=2$,求$\triangle ABC$ 面积的最大值.

18.【研发题】(本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,三侧棱都垂直于底面,$BA\perp AC$,$A_1B_1=A_1C_1=2\sqrt{3}$,$CC_1=2$,点 P,Q 分别为 A_1B 和 B_1C_1 的中点.

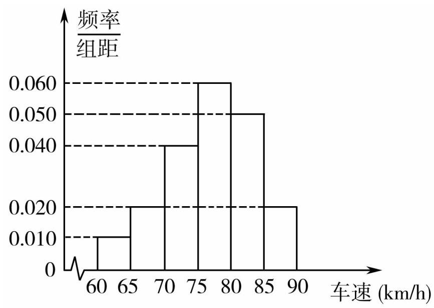
(Ⅰ)求证:$PQ/\!/$平面 A_1ACC_1;

(Ⅱ)求直线 PQ 与平面 A_1BC 所成的角的正弦值.



19.**【研发题】**(本小题满分 12 分)

每年"十·一黄金周"期间,全国高速公路车辆特别多.据测算当数据的方差 $\sigma^2 \geqslant 120$ 时,危险系数很高,$60 < \sigma^2 < 120$ 时,危险系数较高,$\sigma^2 \leqslant 60$ 时,安全.为了解这一情况,某地政府开展市场调查,公路管理公司在各大高速收费站从 7 座及以下小型汽车中按进收费站的先后顺序,每间隔 50 辆就抽取 1 辆的抽样方法抽取 40 辆汽车进行抽样调查,将他们在某段高速公路的车速(km/h)分成六段:[60,65),[65,70),[70,75),[75,80),[80,85),[85,90],得到如图的频率分布直方图.



(Ⅰ)调查公司在抽样时用到的是哪种抽样方法?

(Ⅱ)求这 40 辆小型汽车车速的众数,中位数的估计值;

(Ⅲ)若这 40 辆车速近似符合正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,试计算 σ^2,并对交通安全情况作出预判.

(每个矩形以底边中点值为代表,中位数近似作平均数)

20.**【细磨题】**(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点为 $F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)(a>b>c>0)$椭圆上一动点 P 到 F_1,F_2 距离之和为 4,当 P 在 x 轴上的射影恰为 F_1 时,$|OP|=\frac{\sqrt{13}}{2}$,左、右顶点分别为 A,B,O 为坐标原点,经过点 F_1 的直线 l 与椭圆 M 交于 C,D 两点.

(Ⅰ)求椭圆方程;

(Ⅱ)记△ABD 与△ABC 的面积分别为 S_1 和 S_2,求 $|S_1-S_2|$ 的最大值.

21.【研发题】(本小题满分 12 分)

设 $a\in\mathbf{R}$,函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$,$h'(x)=2x-2a$,$x\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)设 $F(x)=f(x)-h'(x)$,求 $F(x)$ 的单调增减区间与极值;

(Ⅱ)若 $h(0)=1$,当 $a+1>\ln 2$ 且 $x>0$ 时,求证:$f(x)\geqslant h(x)$.

请考生在第 22,23 两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.【研发题】(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

曲线 C_1 的方程为 $\begin{cases}x=6+\sqrt{2}t,\\ y=\sqrt{2}t\end{cases}$($t$ 为参数),以 O 为极点的极坐标系中,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=8\cos\theta$,曲线 C_1 与曲线 C_2 交于点 A,B.

(Ⅰ)求 C_1 的普通方程,C_2 的直角坐标方程;

(Ⅱ)求线段 AB 的长.

23.【细磨题】(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知 a,b,c 均为正实数,函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|+c$.

(Ⅰ)当 $a=b=c=1$ 时,求 $f(x)>3$ 的解集;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 的最小值为 4,且 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant k$ 恒成立,求 k 的取值范围.

知识巩固卷（二）

数 学（理科）

（本试卷满分 150 分，建议用时：120 分钟）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.【研发题】已知集合 $A=\{x\mid x^2-1>0\}$，$B=\left\{y\,\middle|\,y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1}\right\}$，则 $A\cap B=$ （　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(1,2]$

C. $(1,2)$　　D. $(0,2)$

2.【研发题】已知复数 z 满足 $\frac{z}{z-\mathrm{i}}=-\mathrm{i}$，其中 i 为虚数单位，则 z 在复平面内对应的点位于 （　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

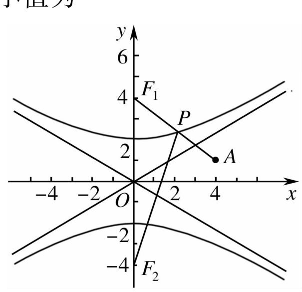
3.【细磨题】已知 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{3}\right)$，则 $P(\xi=3)=$ （　　）

A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{20}{243}$　　C. $\frac{40}{243}$　　D. $\frac{80}{243}$

4.【细磨题】命题"若 a,b 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数"的逆命题、否命题、逆否命题中，真命题的个数是 （　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5.【研发题】如图，已知 F_1,F_2 是双曲线 $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{12}=1$ 的两焦点，$A(4,1)$，P 是双曲线上支一点，则 $|PF_2|+|PA|$ 的最小值为 （　　）



A. 4　　B. 5　　C. 8　　D. 9

6.【研发题】已知函数 $f(x)=2\sin^2x-3\cos^2x+4$，则 （　　）

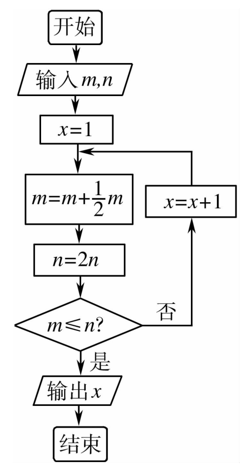
A. $f(x)$ 的最小正周期是 π，最大值是 6

B. $f(x)$ 的最小正周期是 π，最大值是 7

C. $f(x)$ 的最小正周期是 2π，最大值是 6

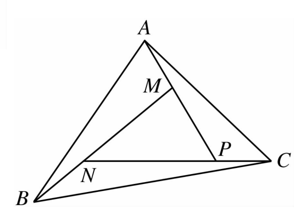
D. $f(x)$ 的最小正周期是 2π，最大值是 7

7.【研发题】若执行下列算法框图，输入 $m=8$，$n=2$，输出 $x=$ （　　）



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

8.【研发题】如图，△ABC 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$AM=\frac{1}{2}MP$，$CP=\frac{1}{2}PN$，$BN=\frac{1}{2}NM$，则 $\overrightarrow{AP}=$ （　　）



A. $\frac{3}{13}\boldsymbol{a}+\frac{9}{13}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{5}{13}\boldsymbol{a}+\frac{9}{13}\boldsymbol{b}$

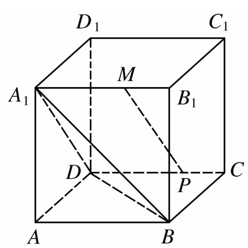
C. $\frac{3}{7}\boldsymbol{a}+\frac{2}{7}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{9}{13}\boldsymbol{a}+\frac{3}{13}\boldsymbol{b}$

9.【研发题】设实数 x,y 满足 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\x+2y-2\geqslant 0,\\2x+y-4\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $\frac{x+1}{y+2}$ 的取值范围是　　(　　)

A. $\left[\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{2}{3},3\right]$

C. $\left[\frac{1}{3},3\right]$　　D. $\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$

10.【研发题】如图，在边长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1M=2MB_1$，P 是平面 DCC_1D_1 上的动点，若 $MP\parallel$ 平面 A_1BD，则 MP 的取值范围是　　(　　)



A. $\left[\frac{3}{2}\sqrt{6},3\right]$　　B. $\left[\frac{3}{2},3\sqrt{2}\right]$

C. $\left[\sqrt{14},3\sqrt{2}\right]$　　D. $\left[\frac{3}{2}\sqrt{6},3\sqrt{2}\right]$

11.【研发题】已知过抛物线 $y^2=\frac{8}{3}x$ 焦点 F 的直线与抛物线交于点 A,B，$AF=2FB$，抛物线的准线 l 与 x 轴交于点 C，$AM\perp l$ 于点 M，则四边形 $AMCF$ 的面积为　　(　　)

A. $12\sqrt{3}$　　B. 12

C. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$　　D. $\frac{40\sqrt{2}}{9}$

12.【研发题】数学上称为“伴随点”需满足①M,N 两点都在函数 $f(x)$ 上；②M,N 关于原点对称. (M,N) 和 (N,M) 看作一个伴随点. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}kx+1, & x<0,\\\ln x, & x>0\end{cases}$ 有两个伴随点，则 k 的取值范围是　　(　　)

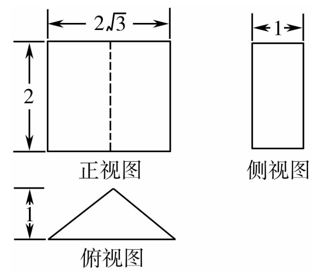
A. $[-1,0]$　　B. $(0,1)$

C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left[-\frac{1}{2},0\right]$

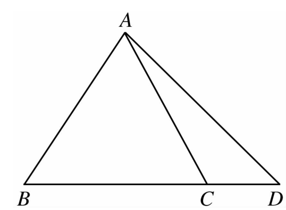
二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在题中的横线上)

13.【细磨题】$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式中 x^2 的系数是________.

14.【研发题】已知某几何体的三视图如图，则该几何体的外接球体积为________.



15.【研发题】如图，设$\triangle ABC$ 的角 A,B,C 成等差数列，且满足 $\sin(A-C)-\sin B=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$BC$ 的延长线上有一点 D，满足 $BD=2$，则$\triangle ACD$ 面积的最大值为________.



16.【细磨题】若直线 $y=kx+b$ 既是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线，又是曲线 $y=\ln(x+3)$ 的切线，则 $b=$________.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.【细磨题】(本小题满分 12 分)

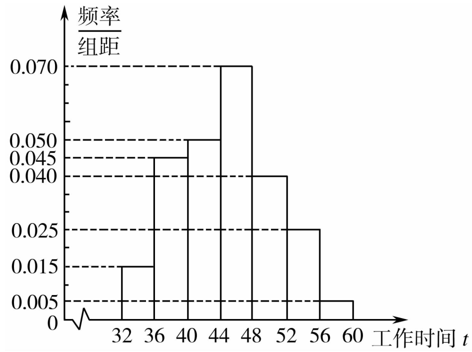
设等差数列$\{a_n\}$满足 $a_3=7$，$a_7+a_9=34$.

(Ⅰ)求 a_n；

(Ⅱ)求数列$\left\{\frac{1}{a_n^2-1}\right\}$的前 n 项和.

18.【细磨题】(本小题满分 12 分)

某机构为了获取某地区人均一周内工作时间的数据,该机构从同一年龄层次的人员中抽取了 100 人,通过询问的方式得到他们在一周内的工作时间(单位:小时),并绘制出频率分布直方图.



(Ⅰ)求这 100 人工作时间的平均数 $\overline{x}$(同一组数据用该组区间的中点值代替,结果精确到个位);

(Ⅱ)由直方图可以认为,工作时间 t 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ 近似地等于样本平均数 $\overline{x}$,σ^2 近似地等于样本方差 s^2,$s^2\approx 33.6$.假设该地区内这一年龄层次共有 10 000 人,试估计该人群中一周工作时间位于区间(39.2,50.8)的人数.

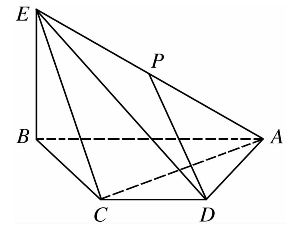
附:$\sqrt{33.6}\approx 5.8$.若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)=0.682\,6$,$P(\mu-2\sigma<Z<\mu+2\sigma)=0.954\,4$.

19.【研发题】(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $E-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 为直角梯形,$\angle DAB=90^\circ$,$AB /\!/ CD$,$AD=BE=CD=2$,$AB=4$.点 P 为 AE 的中点,$EB\perp$ 平面 $ABCD$.

(Ⅰ)求证:$DP /\!/$ 平面 EBC;

(Ⅱ)求二面角 $C-AE-D$ 的余弦值.



20.【研发题】(本小题满分 12 分)

已知曲线 Γ 上的任意一点 M 到定点$(-\sqrt{3},0)$的距离和它到定直线 $x=-4\sqrt{3}$的距离的比是 1∶2,曲线 Γ 的内接$\triangle ABC$ 的重心(三条中线的交点)为坐标原点 O.

(Ⅰ)求曲线 Γ 的方程;

(Ⅱ)$\triangle ABC$ 的面积是否为定值?若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

21.【研发题】(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-ax-\ln(x+1),a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)当 $a=0$ 时,求函数的单调区间;

(Ⅱ)讨论函数 $f(x)=e^x-ax-\ln(x+1),a\in\mathbf{R}$ 极值的情况,试求极值的最大值.

请考生在第 22,23 两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.【细磨题】(本小题满分 10 分)选修 4－4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数),直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数).

(Ⅰ)求曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程;

(Ⅱ)若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(2,1)$,求 l 的斜率.

23.【研发题】(本小题满分 10 分)选修 4－5:不等式选讲

(Ⅰ)解不等式 $|x+1|+2x-2>0$;

(Ⅱ)$a>1$,$|x+1|+|ax+1|\geqslant\frac{1}{2}$ 对任意实数 x 恒成立,求 a 的最小值.

弥 封 线

学校________ 班级________ 学号________ 姓名________

数　学(理科)

(本试卷满分 150 分,建议用时:120 分钟)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.【研发题】已知集合 $A=\{x|e^{x^2-2x-3}\leqslant 1\}$,$B=\{x|y=\sqrt{2x-4}\}$,则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$ (　　)

A. $(3,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $[2,3)$　　D. $(-\infty,2]$

2.【研发题】设 $z=1+\dfrac{1+i}{1-i}$(i 为虚数单位),则下列说法正确的是 (　　)

A. z 的虚部是 i　　B. z^2 是实数

C. $\left|\dfrac{i}{z}\right|=\dfrac{1}{2}$　　D. $z\cdot\bar{z}=2$

3.【研发题】已知 $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=3\cos\left(\alpha-\dfrac{2\pi}{3}\right)$,则 $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=$ (　　)

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{5}{3}$　　C. $\dfrac{3}{10}$　　D. $\dfrac{10}{3}$

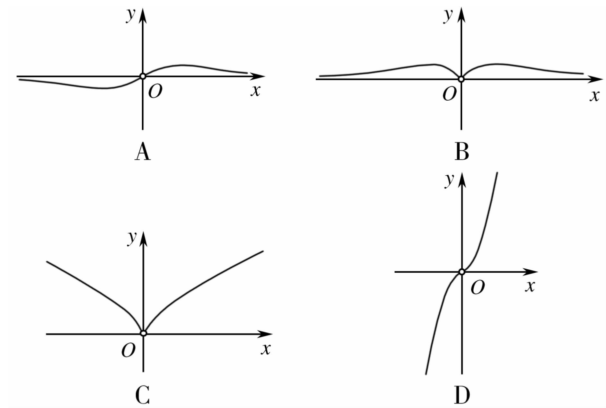
4.【研发题】线性规划是运筹学中发展最快、应用广泛、方法最成熟的一个重要分支,它是辅助人们进行科学管理的一种数学方法.研究线性约束条件下线性目标函数的极值问题的数学理论和方法.英文缩写 LP.若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y\leqslant 2,\\x-y\geqslant -1,\\-1\leqslant y\leqslant 1,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为 (　　)

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

5.【研发题】$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(1+a\sqrt{x})^6$ 的展开式中 x 的系数为 30,则 x^2 的系数为 (　　)

A. 4　　B. 8　　C. 12　　D. 16

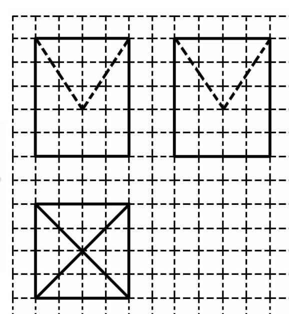
6.【细磨题】函数 $f(x)=\dfrac{3^x\cdot x^3}{9^x-1}$ 的图象大致为(　　)



7.【研发题】已知各项为正的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\dfrac{S_8}{S_4}=17$,$2a_1+a_2+2a_3+a_4+2a_5+a_6=21$,则 $a_3\cdot a_5=$ (　　)

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

8.【细磨题】如图所示,网格纸上小正方形的边长为 1,粗线画出的是由一个棱柱挖去一个棱锥后的几何体的三视图,则该几何体的表面积为 (　　)

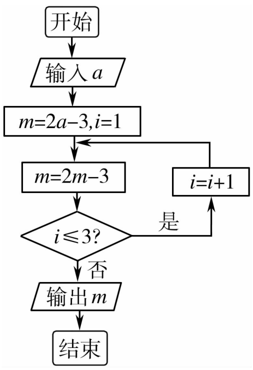


A. $96+8\sqrt{13}$　　B. $96+16\sqrt{3}$

C. $80+8\sqrt{13}$　　D. $80+16\sqrt{3}$

9.【细磨题】《算法统宗》是我国古代数学名著,由明代数学家程大位所著,该著作完善了珠算口诀,确立了算盘用法,完成了由筹算到珠算的转变,对我

国民间普及珠算起到了重要的作用.如图所示的程序框图的算法思路源于该著作中的“李白沽酒”问题.执行该程序框图,若输出的 m 的值为 35,则输入的 a 的值为 ( )



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10.【研发题】设直线 l 过双曲线 C 的右顶点 A,且与双曲线 C 的一条渐近线垂直,垂足为 Q,l 与 y 轴交于点 P,$\frac{S_{\triangle OAP}}{S_{\triangle OAQ}}=4$($O$ 为坐标原点),则双曲线 C 的离心率为 ( )

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{3}$

11.【细磨题】已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x^2}+k\ln x-\frac{1}{2}kx$,若 $x=2$ 是函数 $f(x)$ 的唯一极值点,则实数 k 的取值范围是 ( )

A. $\left(-\infty,\frac{e^2}{2}\right)$ B. $\left(-\infty,\frac{e^2}{3}\right)$

C. $\left(-\infty,\frac{e^2}{4}\right)$ D. $(-\infty,e^2)$

12.【研发题】在三棱锥 $P-ABC$ 中,$PB\perp$ 平面 ABC,$\triangle PAB$ 的面积为 $4\sqrt{3}$,$\angle ACB=60^\circ$,则三棱锥 $P-ABC$ 外接球表面积的最小值为 ( )

A. 24π B. 32π C. 36π D. 42π

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中的横线上)

13.【研发题】若 $\cos\left(\frac{7\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$,则 $\cos\left(2\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)=$________.

14.【研发题】已知等边三角形 ABC 的边长为 3,点 D 在 AB 上,满足 $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\mathbf{0}$,则 $\overrightarrow{CD}\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})=$________.

15.【研发题】设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x-\sin^2x+a, & x\geq 0, \\ g(x), & x<0 \end{cases}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(\ln x)>f(a+1)$,则满足条件的 x 的集合是________.

16.【研发题】已知抛物线 $x^2=8y$ 的焦点为 F,过点 F 的直线 l 交抛物线于 A,B 两点,若 $\frac{|AF|}{|BF|}=2$,过 A,B 两点分别作抛物线的切线,两切线的交点为 E,则 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AB}=$________.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17.【研发题】(本小题满分 12 分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且 $a\sin B\cos B+b\cos A\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}c$.

(Ⅰ)若 $a=2c=4$,求边 b 的大小;

(Ⅱ)若 $\cos A\cos C=-\frac{1}{4}$,且 $b=2\sqrt{3}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.【细磨题】(本小题满分 12 分)

已知在三棱锥 $P-ABC$(如图 1)的平面展开图(如图 2)中,四边形 $ABCD$ 为边长等于 $\sqrt{2}$ 的正方形,$\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 均为正三角形,在三棱锥 $P-ABC$ 中.

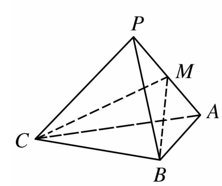


图 1

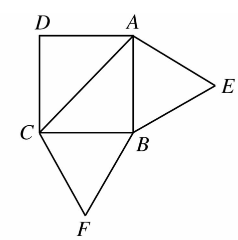


图 2

(Ⅰ)证明:平面 $PAC\perp$ 平面 ABC;

(Ⅱ)点 M 是棱 PA 上的中点,求二面角 $P-BC-M$ 的余弦值.

19.**【细磨题】**（本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{a}x^2+\sqrt{a}x+(x-2)e^x$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 存在 3 个零点，求实数 a 的取值范围.

20.**【细磨题】**（本小题满分 12 分）

已知点 P 是圆 $M:(x+1)^2+y^2=16$ 上的一动点，点 $N(1,0)$，点 Q 在线段 MP 上，且满足 $(\overrightarrow{QN}+\overrightarrow{QP})\cdot\overrightarrow{PN}=0$.

（Ⅰ）求点 Q 的轨迹 C 的方程；

（Ⅱ）设曲线 C 的左、右顶点分别为 A,B,E 是 C 上异于 A,B 的任意一点，直线 EN 交 C 于另一点 H，直线 EB 交直线 $x=4$ 于点 K，求证：A,H,K 三点在同一条直线上.

21.【细磨题】(本小题满分 12 分)

员工小王在国庆十一期间去泰山游玩,景区内碧霞祠至唐摩崖处共有台阶 96 级,小王在爬台阶前准备玩抛硬币爬台阶游戏.已知硬币出现正反面的概率都是$\frac{1}{2}$,若抛出正面向上,则往上爬一级台阶,若抛出反面向上,则往上爬两级台阶,设爬到第 n 级台阶的概率为 P_n,并记未出发时的概率为 $P_0=1$.

(Ⅰ)求 P_1,P_2 的值;

(Ⅱ)求证:$\{P_n-P_{n-1}\}$为等比数列,其中 $n\in\mathbf{N}$,$2\leqslant n\leqslant 96$;

(Ⅲ)求 P_{95},P_{96}的值.

请考生在第 22,23 两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.【研发题】(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,平面区域 P:$x+2\geqslant k|y|$.以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=6\cos\theta$.

(Ⅰ)求曲线 C 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若曲线 C 在平面区域 P 内,求 k 的取值范围.

23.【研发题】(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+2k|+|2x-1|(k\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $k=2$,求不等式 $f(x)\geqslant|2x-1|+4$ 的解集;

(Ⅱ)设 $k<-2$,当 $x\in[1,2]$时,都有 $f(x)\geqslant x^2-2x+4$,求 k 的取值范围.

学校 班级 学号 姓名

弥 封 线