2020年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号填写在答题卡上.本试卷满分150分.

2.作答时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合U={−2，−1，0，1，2，3}，A={−1，0，1}，B={1，2}，则$\complement_U(A\cup B)=$（　）

A. {−2，3}　　B. {−2，2，3}　　C. {−2，−1，0，3}　　D. {−2，−1，0，2，3}

2.若α为第四象限角，则（　）

A. $\cos2\alpha>0$　　B. $\cos2\alpha<0$　　C. $\sin2\alpha>0$　　D. $\sin2\alpha<0$

3.在新冠肺炎疫情防控期间，某超市开通网上销售业务，每天能完成1200份订单的配货，由于订单量大幅增加，导致订单积压.为解决困难，许多志愿者踊跃报名参加配货工作.已知该超市某日积压500份订单未配货，预计第二天的新订单超过1600份的概率为0.05，志愿者每人每天能完成50份订单的配货，为使第二天完成积压订单及当日订单的配货的概率不小于0.95，则至少需要志愿者（　）

A. 10名　　B. 18名　　C. 24名　　D. 32名

4.北京天坛的圜丘坛为古代祭天的场所，分上、中、下三层，上层中心有一块圆形石板(称为天心石)，环绕天心石砌9块扇面形石板构成第一环，向外每环依次增加9块，下一层的第一环比上一层的最后一环多9块，向外每环依次也增加9块，已知每层环数相同，且下层比中层多729块，则三层共有扇面形石板(不含天心石)（ ）

A.　3699块　　B.　3474块　　C.　3402块　　D.　3339块

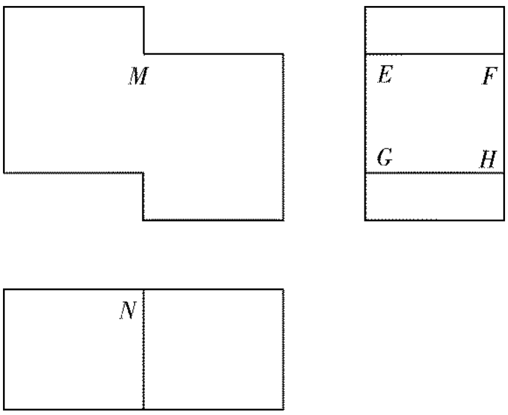
5.若过点（2，1）的圆与两坐标轴都相切，则圆心到直线$2x-y-3=0$的距离为（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

6.数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{m+n}=a_m a_n$，若$a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=2^{15}-2^{5}$，则$k=$（　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7.如图是一个多面体的三视图，这个多面体某条棱的一个端点在正视图中对应的点为M，在俯视图中对应的点为N，则该端点在侧视图中对应的点为（　）



A. E　　B. F　　C. G　　D. H

8.设O为坐标原点，直线$x=a$与双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别交于$D,E$两点，若$\triangle ODE$的面积为8，则$C$的焦距的最小值为（　）

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

9.设函数$f(x)=\ln|2x+1|-\ln|2x-1|$，则$f(x)$（　）

A. 是偶函数，且在$(\frac{1}{2},+\infty)$单调递增　　B. 是奇函数，且在$(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$单调递减

C. 是偶函数，且在$(-\infty,-\frac{1}{2})$单调递增　　D. 是奇函数，且在$(-\infty,-\frac{1}{2})$单调递减

10.已知$\triangle ABC$是面积为$\frac{9\sqrt{3}}{4}$的等边三角形，且其顶点都在球O的球面上.若球O的表面积为16π，则O到平面ABC的距离为（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11.若$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$，则（　）

A. $\ln(y-x+1)>0$　　B. $\ln(y-x+1)<0$　　C. $\ln|x-y|>0$　　D. $\ln|x-y|<0$

12.0-1周期序列在通信技术中有着重要应用.若序列$a_1a_2\cdots a_n\cdots$满足$a_i\in\{0,1\}(i=1,2,\cdots)$，且存在正整数$m$，使得$a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$成立，则称其为0-1周期序列，并称满足$a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$的最小正整数$m$

为这个序列的周期.对于周期为m的0-1序列$a_1a_2\cdots a_n\cdots$，$C(k)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}a_ia_{i+k}(k=1,2,\cdots,m-1)$

是描述其性质的重要指标，下列周期为5的0-1序列中，满足$C(k)\le\frac{1}{5}(k=1,2,3,4)$的序列是（　）

A. 11010⋯　　B. 11011⋯　　C. 10001⋯　　D. 11001⋯

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.已知单位向量a，b的夹角为45°，$ka-b$与a垂直，则k=__________.

14.4名同学到3个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去1个小区，每个小区至少安排1名同学，则不同的安排方法共有__________种.

15.设复数z_1，z_2满足$|z_1|=|z_2|=2$，$z_1+z_2=\sqrt{3}+\mathrm{i}$，则$|z_1-z_2|$=__________.

16.设有下列四个命题：

p_1：两两相交且不过同一点的三条直线必在同一平面内.

p_2：过空间中任意三点有且仅有一个平面.

p_3：若空间两条直线不相交，则这两条直线平行.

p_4：若直线$l\subset$平面α，直线$m\perp$平面α，则$m\perp l$.

则下述命题中所有真命题的序号是__________.

①$p_1\wedge p_4$ ②$p_1\wedge p_2$ ③$\neg p_2\vee p_3$ ④$\neg p_3\vee\neg p_4$

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.□ABC中，$\sin^2A-\sin^2B-\sin^2C=\sin B\sin C$.

（1）求A；

（2）若BC=3，求□ABC周长的最大值.

18.某沙漠地区经过治理，生态系统得到很大改善，野生动物数量有所增加.为调查该地区某种野生动物的数量，将其分成面积相近的200个地块，从这些地块中用简单随机抽样的方法抽取20个作为样区，调查得到样本数据$(x_i, y_i)(i=1, 2, \ldots, 20)$，其中$x_i$和$y_i$分别表示第$i$个样区的植物覆盖面积(单位：公顷)和这种野生动物的数量，并计算得$\sum_{i=1}^{20}x_i=60$，$\sum_{i=1}^{20}y_i=1200$，$\sum_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})^2=80$，$\sum_{i=1}^{20}(y_i-\overline{y})^2=9000$，

$\sum_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=800$.

（1）求该地区这种野生动物数量的估计值（这种野生动物数量的估计值等于样区这种野生动物数量的平

均数乘以地块数）；

（2）求样本$(x_i, y_i)(i=1, 2, \ldots, 20)$的相关系数（精确到0.01）；

（3）根据现有统计资料，各地块间植物覆盖面积差异很大.为提高样本的代表性以获得该地区这种野生动物数量更准确的估计，请给出一种你认为更合理的抽样方法，并说明理由.

附：相关系数$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i(-\overline{x})\ y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i(-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}\ y_i-\overline{y})^2}}$，$\sqrt{2}=1.414$.

19.已知椭圆C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的

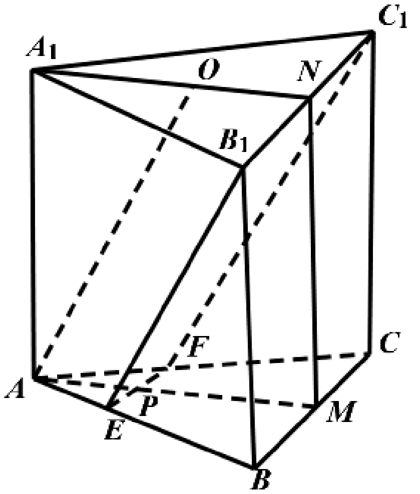
右焦点F与抛物线C_2的焦点重合，C_1的中心与C_2的顶点重合.过F且与x轴垂直的直线交C_1于A，B两点，交C_2于C，D两点，且$|CD|=\dfrac{4}{3}|AB|$.

（1）求C_1的离心率；

（2）设M是C_1与C_2的公共点，若$|MF|=5$，求C_1与C_2的标准方程.

20.如图，已知三棱柱ABC-

$A_1B_1C_1$的底面是正三角形，侧面BB_1C_1C是矩形，M，N分别为BC，B_1C_1的中点，P为AM上一点，过B_1C_1和P的平面交AB于E，交AC于F.



（1）证明：$AA_1 // MN$，且平面$A_1AMN \perp EB_1C_1F$；

（2）设O为$\triangle A_1B_1C_1$的中心，若$AO //$平面EB_1C_1F，且$AO=AB$，求直线B_1E与平面A_1AMN所成角的正弦值.

21.已知函数$f(x)=\sin^2x\sin2x$.

（1）讨论$f(x)$在区间$(0, \pi)$的单调性；

（2）证明：$\left|f(x)\right| \le \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$；

（3）设$n\in N^*$，证明：$\sin^2 x\sin^2 2x\sin^2 4x\ldots\sin^2 2^n x\leq\dfrac{3^n}{4^n}$.

（二）选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.并用2*B*铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分.如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修4—4：坐标系与参数方程]

22.已知曲线C_1，C_2的参数方程分别为C_1：$\begin{cases}x=4\cos^2\theta,\\ y=4\sin^2\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），$C_2$：$\begin{cases}x=t+\dfrac{1}{t},\\ y=t-\dfrac{1}{t}\end{cases}$（$t$为参数）.

（1）将C_1，C_2的参数方程化为普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系.设C_1，C_2的交点为P，求圆心在极轴上，且经过极点和P的圆的极坐标方程.

[选修4—5：不等式选讲]

23.已知函数$f(x)=\left|x-a^2\right|+|x-2a+1|$

（1）当$a=2$时，求不等式$f(x)\ldots 4$的解集；

（2）若$f(x)\ldots 4$，求a的取值范围.