2018 年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

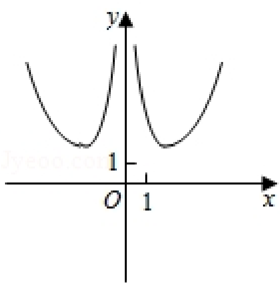
1. （5 分）$\frac{1+2i}{1-2i}$=（　　）

A．$-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$　　B．$-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　C．$-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　　D．$-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

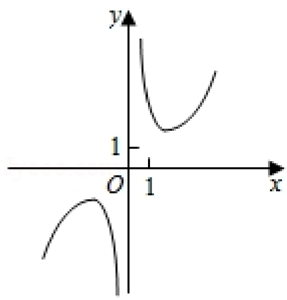
2. （5 分）已知集合 A=｛（x，y）|$x^2+y^2\leqslant 3$，x∈Z，y∈Z｝，则 A 中元素的个数为（　　）

A．9　　B．8　　C．5　　D．4

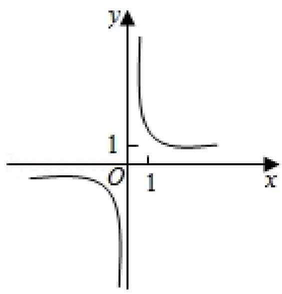
3. （5 分）函数 f（x）=$\frac{e^x-e^{-x}}{x^2}$的图象大致为（　　）



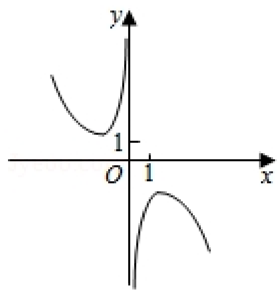
A．



B．



C．



D．

4. （5 分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足|$\vec{a}$|=1，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}\bullet(2\vec{a}-\vec{b})$=（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．0

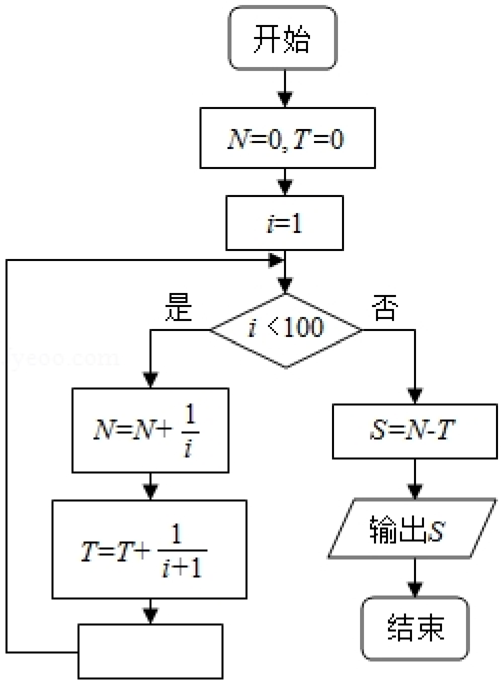
5. （5 分）双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{3}$，则其渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

6. （5 分）在△ABC 中，$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，BC=1，AC=5，则 AB=（　　）

A．$4\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{30}$　　C．$\sqrt{29}$　　D．$2\sqrt{5}$

7．（5 分）为计算 $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$，设计了如图的程序框图，则在空白框中应填入（　　）



A．i=i+1　　B．i=i+2　　C．i=i+3　　D．i=i+4

8．（5 分）我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如 30=7+23．在不超过 30 的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率是（　　）

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{14}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{18}$

9．（5 分）在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=BC=1，$AA_1=\sqrt{3}$，则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

10．（5 分）若 f（x）=cosx－ sinx 在[－ a，a]是减函数，则 a 的最大值是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{3\pi}{4}$　　D．π

11．（5 分）已知 f（x）是定义域为（－ ∞，+∞）的奇函数，满足 f（1－ x）=f（1+x），若 f（1）=2，则 f（1）+f（2）+f（3）+…+f（50）=（　　）

A．﹣50　　B．0　　C．2　　D．50

12．（5 分）已知 F_1，F_2 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点，A 是 C 的左顶点，点 P 在过 A 且斜率为$\frac{\sqrt{3}}{6}$的直线上，△PF_1F_2 为等腰三角形，∠$F_1F_2P=120°$，则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．（5 分）曲线 y=2ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为_______．

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\x-2y+3\geqslant 0\\x-5\leqslant 0\end{cases}$，则 z=x+y 的最大值为_______．

15．（5 分）已知 sinα+cosβ=1，cosα+sinβ=0，则 sin（α+β）=_______．

16．（5 分）已知圆锥的顶点为 S，母线 SA，SB 所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，SA 与圆锥底面所成角为 45°，若△SAB 的面积为 $5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为_______．

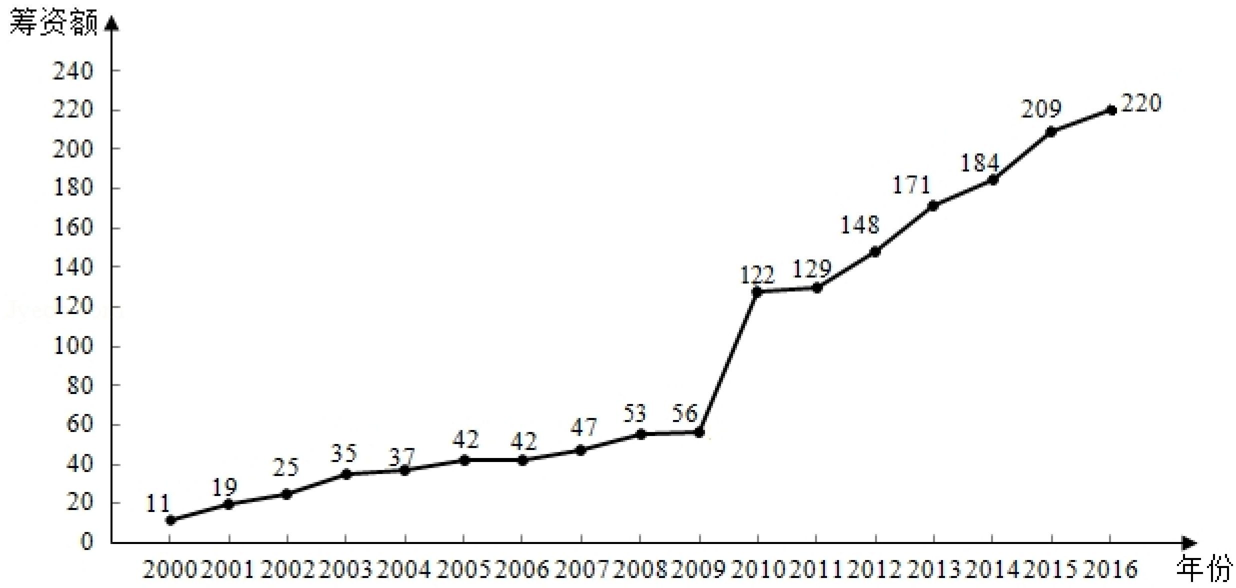
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1=-7$，$S_3=-15$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求 S_n，并求 S_n 的最小值．

18．（12 分）如图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y（单位：亿元）的折线图．



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型．根据 2000 年至 2016 年的数据（时间变量 t 的值依次为 1，2，…，17）建立模型①：$\hat{y}=-30.4+13.5t$；根据 2010 年至 2016 年的数据（时间变量 t 的值依次为 1，2，…，7）建立模型②：$\hat{y}=99+17.5t$．

（1）分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由．

19．（12 分）设抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 且斜率为 k（k＞0）的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，$|AB|=8$．

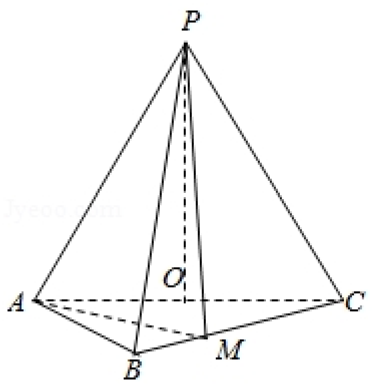
（1）求 l 的方程；

（2）求过点 A，B 且与 C 的准线相切的圆的方程．

20．（12 分）如图，在三棱锥 P﹣ABC 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，PA=PB=PC=AC=4，O 为 AC 的中点．

（1）证明：PO⊥平面 ABC；

（2）若点 M 在棱 BC 上，且二面角 M﹣PA﹣C 为 30°，求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值．



21．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$．

（1）若 a=1，证明：当 x≥0 时，f（x）≥1；

（2）若 f（x）在（0，+∞）只有一个零点，求 a．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．（10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$，（θ 为参数），直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$，（t 为参数）．

（1）求 C 和 l 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为（1，2），求 l 的斜率．

[选修 4-5：不等式选讲]

23．设函数 f（x）=5﹣|x+a|﹣|x﹣2|．

（1）当 a=1 时，求不等式 f（x）≥0 的解集；

（2）若 f（x）≤1，求 a 的取值范围．

2018 年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）$\frac{1+2i}{1-2i}$=（　　）

A．$-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$　　B．$-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　C．$-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　　D．$-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的除法的运算法则化简求解即可．

【解答】解：$\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{(1+2i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$．

故选：D．

【点评】本题考查复数的代数形式的乘除运算，是基本知识的考查．

2．（5 分）已知集合 A=｛（x，y）|$x^2+y^2\leqslant 3$，x∈Z，y∈Z｝，则 A 中元素的个数为（　　）

A．9　　B．8　　C．5　　D．4

【考点】1A：集合中元素个数的最值．

【专题】32：分类讨论；4O：定义法；5J：集合．

【分析】分别令 x=﹣1，0，1，进行求解即可．

【解答】解：当 x=﹣1 时，$y^2\leqslant 2$，得 y=﹣1，0，1，

当 x=0 时，$y^2\leqslant 3$，得 y=﹣1，0，1，

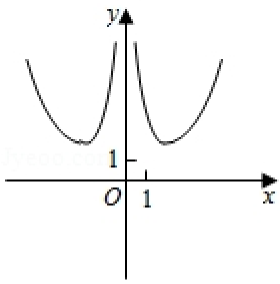
当 x=1 时，$y^2\leqslant 2$，得 y=﹣1，0，1，

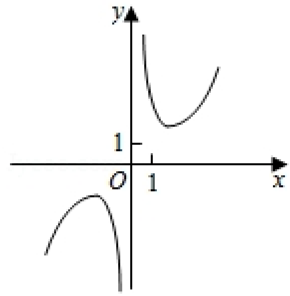
即集合 A 中元素有 9 个，

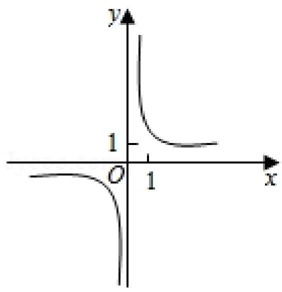
故选：A．

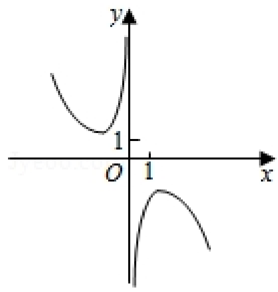
【点评】本题主要考查集合元素个数的判断，利用分类讨论的思想是解决本题的关键．

3．（5 分）函数 f（x）$=\frac{e^{x}-e^{-x}}{x^{2}}$的图象大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

【考点】3A：函数的图象与图象的变换；6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】33：函数思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】判断函数的奇偶性，利用函数的定点的符号的特点分别进行判断即可．

【解答】解：函数 f（﹣ x）$=\frac{e^{-x}-e^{x}}{(-x)^{2}}=-\frac{e^{x}-e^{-x}}{x^{2}}=-$ f（x），

则函数 f（x）为奇函数，图象关于原点对称，排除 A，

当 x=1 时，f（1）=e﹣$\frac{1}{e}>0$，排除 D．

当 x→+∞时，f（x）→+∞，排除 C，

故选：B．

【点评】本题主要考查函数的图象的识别和判断，利用函数图象的特点分别进行排除是解决本题的关键．

4. （5 分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．0

【考点】91：向量的概念与向量的模；9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5A：平面向量及应用．

【分析】根据向量的数量积公式计算即可．

【解答】解：向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=2+1=3$

，

故选：B．

【点评】本题考查了向量的数量积公式，属于基础题

5. （5 分）双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{3}$，则其渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】35：转化思想；4O：定义法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据双曲线离心率的定义求出 a，c 的关系，结合双曲线 a，b，c 的关系进行求解即可．

【解答】解：∵双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，

则$\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{c^2-a^2}{a^2}}=\sqrt{(\frac{c}{a})^2-1}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$，

即双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$，

故选：A．

【点评】本题主要考查双曲线渐近线的求解，结合双曲线离心率的定义以及渐

近线的方程是解决本题的关键.

6．（5 分）在△ABC 中，$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，BC=1，AC=5，则 AB=（　　）

A．$4\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{30}$　　C．$\sqrt{29}$　　D．$2\sqrt{5}$

【考点】HR：余弦定理.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形.

【分析】利用二倍角公式求出 C 的余弦函数值，利用余弦定理转化求解即可.

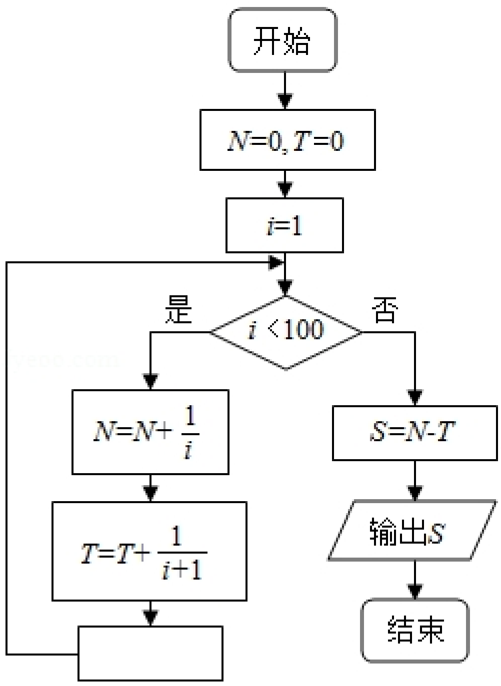
【解答】解：在△ABC 中，$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos C=2\times(\frac{\sqrt{5}}{5})^2-1=-\frac{3}{5}$，

BC=1，AC=5，则 $AB=\sqrt{BC^2+AC^2-2BC\bullet AC\cos C}=\sqrt{1+25+2\times1\times5\times\frac{3}{5}}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$.

故选：A.

【点评】本题考查余弦定理的应用，考查三角形的解法以及计算能力.

7．（5 分）为计算 $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$，设计了如图的程序框图，则在空白框中应填入（　　）



A．i=i+1　　B．i=i+2　　C．i=i+3　　D．i=i+4

【考点】E7：循环结构；EH：绘制程序框图解决问题．

【专题】38：对应思想；4B：试验法；5K：算法和程序框图．

【分析】模拟程序框图的运行过程知该程序运行后输出的 S=N﹣ T，

由此知空白处应填入的条件．

【解答】解：模拟程序框图的运行过程知，

该程序运行后输出的是

$S=N-T=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\dots+(\frac{1}{99}-\frac{1}{100})$；

累加步长是 2，则在空白处应填入 i=i+2．

故选：B．

【点评】本题考查了循环程序的应用问题，是基础题．

8．（5 分）我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如 30=7+23．在不超过 30 的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率是（　　）

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{14}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{18}$

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】36：整体思想；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】利用列举法先求出不超过 30 的所有素数，利用古典概型的概率公式进行计算即可．

【解答】解：在不超过 30 的素数中有，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29 共 10 个，

从中选 2 个不同的数有 $C_{10}^{2}=45$ 种，

和等于 30 的有（7，23），（11，19），（13，17），共 3 种，

则对应的概率 $P=\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$，

故选：C．

【点评】本题主要考查古典概型的概率的计算，求出不超过 30 的素数是解决本题的关键．

9．（5 分）在长方体 ABCD－ $A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=BC=1，$AA_1=\sqrt{3}$，则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；31：数形结合；41：向量法；5G：空间角．

【分析】以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值．

【解答】解：以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

∵在长方体 ABCD－ $A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=BC=1，

$AA_1=\sqrt{3}$，

∴A（1，0，0），D_1（0，0，$\sqrt{3}$），D（0，0，0），

B_1（1，1，$\sqrt{3}$），

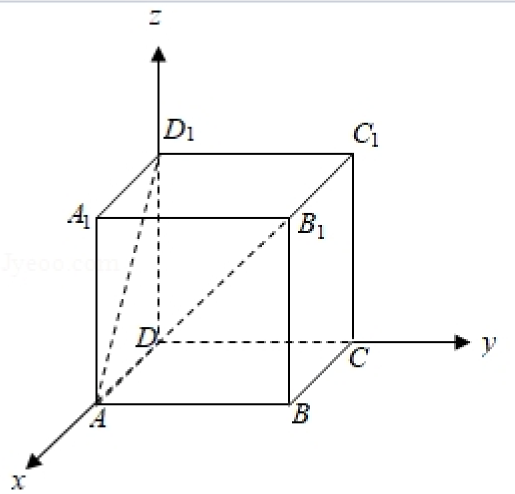
$\overrightarrow{AD_1}$=（－1，0，$\sqrt{3}$），$\overrightarrow{DB_1}$=（1，1，$\sqrt{3}$），

设异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角为 θ，

则 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DB_1}|}{|\overrightarrow{AD_1}|\cdot|\overrightarrow{DB_1}|}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$．

故选：C．



【点评】本题考查异面直线所成角的余弦值的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

10．（5 分）若 f（x）=cosx﹣ sinx 在[﹣ a，a]是减函数，则 a 的最大值是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{3\pi}{4}$　　D．π

【考点】GP：两角和与差的三角函数；H5：正弦函数的单调性．

【专题】33：函数思想；4R：转化法；56：三角函数的求值．

【分析】利用两角和差的正弦公式化简 f（x），由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，k∈Z，得 $-\frac{\pi}{4}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi$，k∈Z，取 k=0，得 f（x）的一个减区间为[$-\frac{\pi}{4}$，$\frac{3}{4}\pi$]，结合已知条件即可求出 a 的最大值．

【解答】解：f（x）=cosx﹣ sinx=﹣ （sinx﹣ cosx）=$-\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，k∈Z，

得 $-\frac{\pi}{4}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi$，k∈Z，

取 k=0，得 f（x）的一个减区间为[$-\frac{\pi}{4}$，$\frac{3}{4}\pi$]，

由 f（x）在[﹣ a，a]是减函数，

得$\begin{cases}-a\geqslant-\dfrac{\pi}{4}\\ a\leqslant\dfrac{3\pi}{4}\end{cases}$，∴$a\leqslant\dfrac{\pi}{4}$.

则 a 的最大值是$\dfrac{\pi}{4}$.

故选：A.

【点评】本题考查了两角和与差的正弦函数公式的应用，三角函数的求值，属于基本知识的考查，是基础题.

11．（5 分）已知 f（x）是定义域为（﹣∞，+∞）的奇函数，满足 f（1﹣x）=f（1+x），若 f（1）=2，则 f（1）+f（2）+f（3）+…+f（50）=（　　）

A．﹣50　　B．0　　C．2　　D．50

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断.

【专题】36：整体思想；4O：定义法；51：函数的性质及应用.

【分析】根据函数奇偶性和对称性的关系求出函数的周期是 4，结合函数的周期性和奇偶性进行转化求解即可.

【解答】解：∵f（x）是奇函数，且 f（1﹣x）=f（1+x），

∴f（1﹣x）=f（1+x）=﹣f（x﹣1），f（0）=0，

则 f（x+2）=﹣f（x），则 f（x+4）=﹣f（x+2）=f（x），

即函数 f（x）是周期为 4 的周期函数，

∵f（1）=2，

∴f（2）=f（0）=0，f（3）=f（1﹣2）=f（﹣1）=﹣f（1）=﹣2，

f（4）=f（0）=0，

则 f（1）+f（2）+f（3）+f（4）=2+0﹣2+0=0，

则 f（1）+f（2）+f（3）+…+f（50）=12[f（1）+f（2）+f（3）+f（4）]+f（49）+f（50）

=f（1）+f（2）=2+0=2，

故选：C.

【点评】本题主要考查函数值的计算，根据函数奇偶性和对称性的关系求出函数的周期性是解决本题的关键.

12．（5 分）已知 F_1，F_2 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点，A 是 C 的左顶点，点 P 在过 A 且斜率为$\frac{\sqrt{3}}{6}$的直线上，$\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形，$\angle F_1F_2P=120°$，则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】31：数形结合；44：数形结合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】求得直线 AP 的方程：根据题意求得 P 点坐标，代入直线方程，即可求得椭圆的离心率.

【解答】解：由题意可知：A（﹣a，0），F_1（﹣c，0），F_2（c，0），

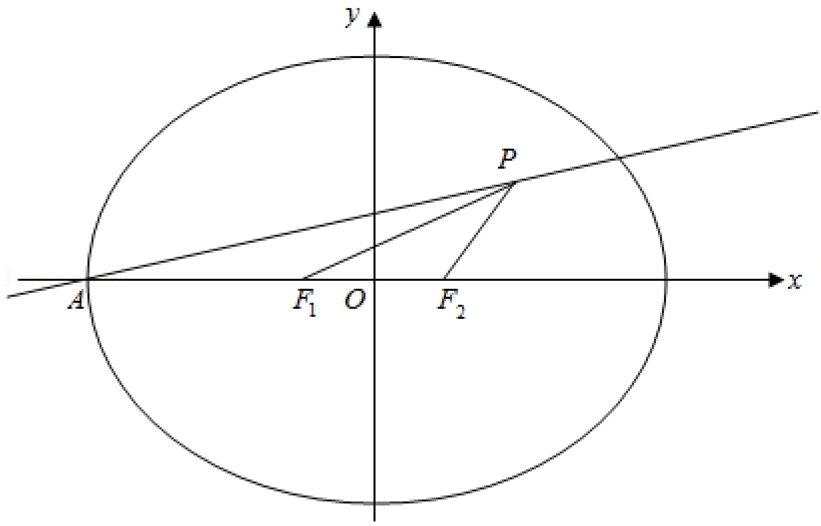
直线 AP 的方程为：$y=\frac{\sqrt{3}}{6}(x+a)$，

由$\angle F_1F_2P=120°$，$|PF_2|=|F_1F_2|=2c$，则 P（2c，$\sqrt{3}$c），

代入直线 AP：$\sqrt{3}c=\frac{\sqrt{3}}{6}(2c+a)$，整理得：a=4c，

∴题意的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{4}$.

故选：D.



【点评】本题考查椭圆的性质，直线方程的应用，考查转化思想，属于中档题．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．（5 分）曲线 y=2ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为<u> y=2x </u>．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】欲求出切线方程，只须求出其斜率即可，故先利用导数求出在 x=0 处的导函数值，再结合导数的几何意义即可求出切线的斜率．从而问题解决．

【解答】解：∵y=2ln（x+1），

∴$y'=\frac{2}{x+1}$，

当 x=0 时，y′=2，

∴曲线 y=2ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为 y=2x．

故答案为：y=2x．

【点评】本小题主要考查直线的斜率、导数的几何意义、利用导数研究曲线上某点切线方程等基础知识，考查运算求解能力．属于基础题．

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\ x-2y+3\geqslant 0\\ x-5\leqslant 0\end{cases}$，则 z=x+y 的最大值为<u> 9 </u>．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5T：不等式．

【分析】由约束条件作出可行域，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：由x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\ x-2y+3\geqslant 0\\ x-5\leqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，

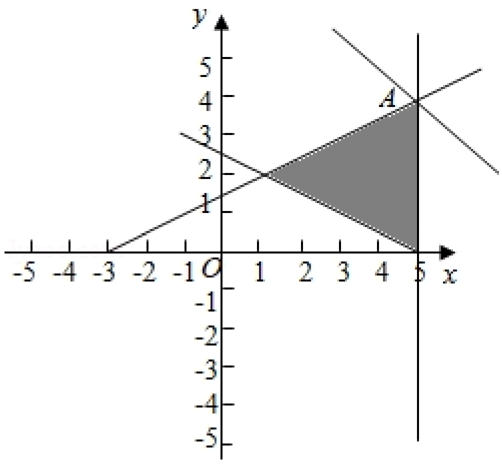
化目标函数z=x+y为y=﹣ x+z，

由图可知，当直线y=﹣ x+z过A时，z取得最大值，

由$\begin{cases}x=5\\ x-2y+3=0\end{cases}$，解得A（5，4），

目标函数有最大值，为z=9．

故答案为：9．



【点评】本题考查了简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

15．（5分）已知sinα+cosβ=1，cosα+sinβ=0，则sin（α+β）=$\underline{\quad -\frac{1}{2}\quad}$．

【考点】GP：两角和与差的三角函数．

【专题】33：函数思想；48：分析法；56：三角函数的求值．

【分析】把已知等式两边平方化简可得2+2（sinαcosβ+cosαsinβ）=1，再利用两

角和差的正弦公式化简为 2sin（α+β）=﹣1，可得结果．

【解答】解：sinα+cosβ=1，

两边平方可得：$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=1$，①，

cosα+sinβ=0，

两边平方可得：$\cos^2\alpha+2\cos\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=0$，②，

由①+②得：2+2（sinαcosβ+cosαsinβ）=1，即 2+2sin（α+β）=1，

∴2sin（α+β）=﹣1．

∴sin（α+β）$=-\frac{1}{2}$．

故答案为：$-\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查了两角和与差的正弦函数公式的应用，三角函数的求值，属于基本知识的考查，是基础题．

16．（5 分）已知圆锥的顶点为 S，母线 SA，SB 所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，SA 与圆锥底面所成角为 45°，若△SAB 的面积为 $5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为 $\underline{40\sqrt{2}\pi}$．

【考点】MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】利用已知条件求出圆锥的母线长，利用直线与平面所成角求解底面半径，然后求解圆锥的侧面积．

【解答】解：圆锥的顶点为 S，母线 SA，SB 所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，可得 sin∠ASB=$\sqrt{1-(\frac{7}{8})^2}=\frac{\sqrt{15}}{8}$．

△SAB 的面积为 $5\sqrt{15}$，

可得$\frac{1}{2}SA^2\sin\angle ASB=5\sqrt{15}$，即$\frac{1}{2}SA^2\times\frac{\sqrt{15}}{8}=5\sqrt{15}$，即 $SA=4\sqrt{5}$．

SA 与圆锥底面所成角为 45°，可得圆锥的底面半径为：$\frac{\sqrt{2}}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{10}$．

则该圆锥的侧面积：$\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}\times4\sqrt{5}\pi=40\sqrt{2}\pi$．

故答案为：$40\sqrt{2}\pi$.

【点评】本题考查圆锥的结构特征，母线与底面所成角，圆锥的截面面积的求法，考查空间想象能力以及计算能力.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1=-7$，$S_3=-15$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 S_n，并求 S_n 的最小值.

【考点】84：等差数列的通项公式；85：等差数列的前 n 项和.

【专题】34：方程思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（1）根据 $a_1=-7$，$S_3=-15$，可得 $a_1=-7$，$3a_1+3d=-15$，求出等差数列 $\{a_n\}$ 的公差，然后求出 a_n 即可；

（2）由 $a_1=-7$，$d=2$，$a_n=2n-9$，得 $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(2n^2-16n)=n^2-8n=(n-4)^2-16$，由此可求出 S_n 以及 S_n 的最小值.

【解答】解：（1）∵等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-7$，$S_3=-15$，

∴$a_1=-7$，$3a_1+3d=-15$，解得 $a_1=-7$，$d=2$，

∴$a_n=-7+2(n-1)=2n-9$；

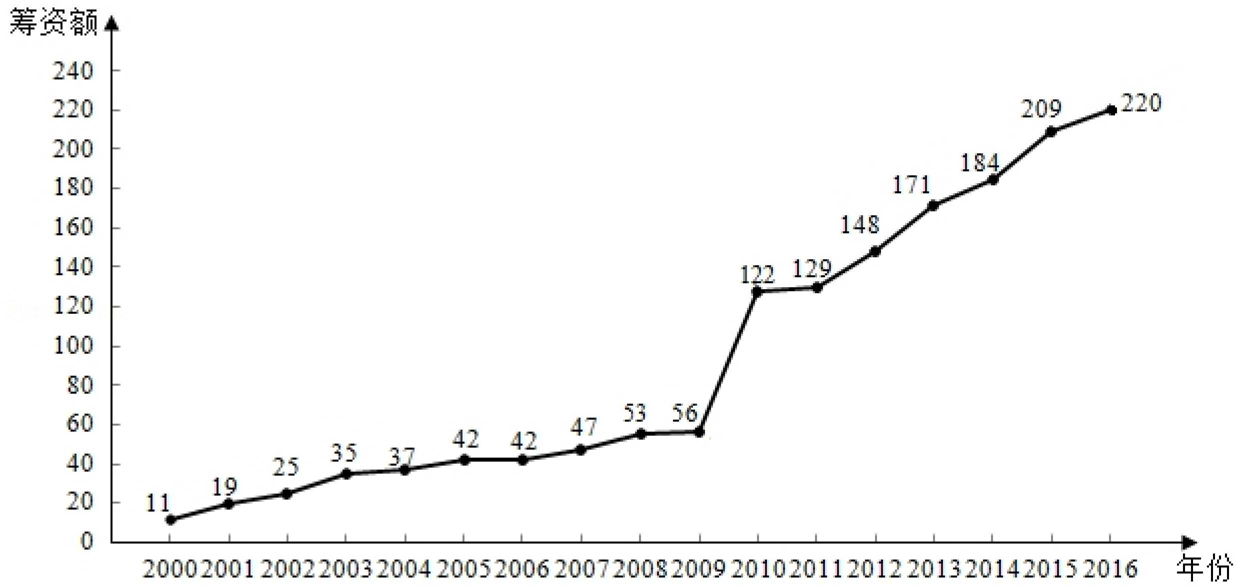
（2）∵$a_1=-7$，$d=2$，$a_n=2n-9$，

∴$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(2n^2-16n)=n^2-8n=(n-4)^2-16$，

∴当 $n=4$ 时，前 n 项的和 S_n 取得最小值为 -16.

【点评】本题主要考查了等差数列的通项公式，考查了等差数列的前 n 项的和公式，属于中档题.

18．（12 分）如图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y（单位：亿元）的折线图．



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型．根据 2000 年至 2016 年的数据（时间变量 t 的值依次为 1，2，…，17）建立模型①：$\hat{y}$=﹣ 30.4+13.5t；根据 2010 年至 2016 年的数据（时间变量 t 的值依次为 1，2，…，7）建立模型②：$\hat{y}$=99+17.5t．

（1）分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由．

【考点】BK：线性回归方程．

【专题】31：数形结合；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】（1）根据模型①计算 t=19 时$\hat{y}$的值，根据模型②计算 t=9 时$\hat{y}$的值即可；

（2）从总体数据和 2000 年到 2009 年间递增幅度以及 2010 年到 2016 年间递增的幅度比较，

即可得出模型②的预测值更可靠些．

【解答】解：（1）根据模型①：$\hat{y}$=﹣ 30.4+13.5t，

计算 t=19 时，$\hat{y}$=﹣ 30.4+13.5×19=226.1；

利用这个模型，求出该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值是226.1亿元；

根据模型②：$\hat{y}$=99+17.5t，

计算t=9时，$\hat{y}$=99+17.5×9=256.5；．

利用这个模型，求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值是256.5亿元；

（2）模型②得到的预测值更可靠；

因为从总体数据看，该地区从2000年到2016年的环境基础设施投资额是逐年上升的，

而从2000年到2009年间递增的幅度较小些，

从2010年到2016年间递增的幅度较大些，

所以，利用模型②的预测值更可靠些．

【点评】本题考查了线性回归方程的应用问题，是基础题．

19．（12分）设抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过F且斜率为k（k＞0）的直线l与C交于A，B两点，|AB|=8．

（1）求l的方程；

（2）求过点A，B且与C的准线相切的圆的方程．

【考点】KN：直线与抛物线的综合．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）方法一：设直线AB的方程，代入抛物线方程，根据抛物线的焦点弦公式即可求得k的值，即可求得直线l的方程；

方法二：根据抛物线的焦点弦公式$|AB|=\frac{2p}{\sin^2\theta}$，求得直线AB的倾斜角，即可求得直线l的斜率，求得直线l的方程；

（2）根据过A，B分别向准线l作垂线，根据抛物线的定义即可求得半径，根据中点坐标公式，即可求得圆心，求得圆的方程．

【解答】解：（1）方法一：抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F（1，0），

设直线AB的方程为：y=k（x﹣1），设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

则$\begin{cases}y=k(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$，整理得：$k^2x^2-2(k^2+2)x+k^2=0$，则 $x_1+x_2=\frac{2(k^2+2)}{k^2}$，$x_1x_2=1$，

由$|AB|=x_1+x_2+p=\frac{2(k^2+2)}{k^2}+2=8$，解得：$k^2=1$，则 $k=1$，

∴直线 l 的方程 $y=x-1$；

方法二：抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F（1，0），设直线 AB 的倾斜角为 θ，由抛物线的弦长公式$|AB|=\frac{2p}{\sin^2\theta}=\frac{4}{\sin^2\theta}=8$，解得：$\sin^2\theta=\frac{1}{2}$，

∴$\theta=\frac{\pi}{4}$，则直线的斜率 $k=1$，

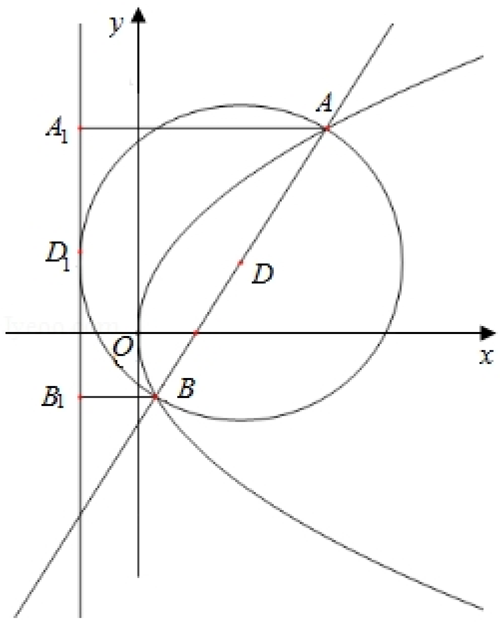
∴直线 l 的方程 $y=x-1$；

（2）由（1）可得 AB 的中点坐标为 D（3，2），则直线 AB 的垂直平分线方程为 $y-2=-(x-3)$，即 $y=-x+5$，

设所求圆的圆心坐标为(x_0, y_0)，则$\begin{cases}y_0=-x_0+5\\(x_0+1)^2=\frac{(y_0-x_0+1)^2}{2}+16\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x_0=3\\y_0=2\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=11\\y_0=-6\end{cases}$，

因此，所求圆的方程为$(x-3)^2+(y-2)^2=16$ 或$(x-11)^2+(y+6)^2=144$.

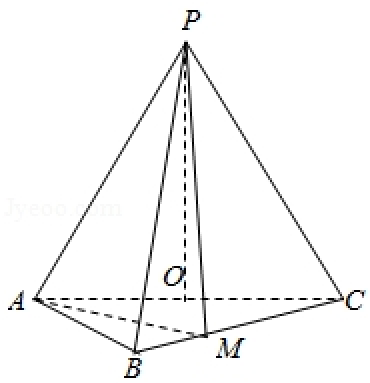


【点评】本题考查抛物线的性质，直线与抛物线的位置关系，抛物线的焦点弦公式，考查圆的标准方程，考查转换思想思想，属于中档题.

20．（12 分）如图，在三棱锥 P﹣ ABC 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，PA=PB=PC=AC=4，O 为 AC 的中点.

（1）证明：PO⊥平面 ABC；

（2）若点 M 在棱 BC 上，且二面角 M﹣ PA﹣ C 为 30°，求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值.



【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角；MJ：二面角的平面角及求法.

【专题】35：转化思想；41：向量法；4R：转化法；5F：空间位置关系与距离；5H：空间向量及应用.

【分析】（1）利用线面垂直的判定定理证明 PO⊥AC，PO⊥OB 即可；

（2）根据二面角的大小求出平面 PAM 的法向量，利用向量法即可得到结论.

【解答】（1）证明：连接 BO，

∵$AB=BC=2\sqrt{2}$，O 是 AC 的中点，

∴BO⊥AC，且 BO=2，

又 PA=PC=PB=AC=4，

∴PO⊥AC，$PO=2\sqrt{3}$，

则 $PB^2=PO^2+BO^2$，

则 PO⊥OB，

∵OB∩AC=O，

∴PO⊥平面 ABC；

（2）建立以 O 坐标原点，OB，OC，OP 分别为 x，y，z 轴的空间直角坐标系如图：

A（0，﹣2，0），P（0，0，$2\sqrt{3}$），C（0，2，0），B（2，0，0），

$\overrightarrow{BC}$=（﹣2，2，0），

设$\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BC}$=（﹣2λ，2λ，0），0＜λ＜1

则$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BA}$=（﹣2λ，2λ，0）﹣（﹣2，﹣2，0）=（2﹣2λ，2λ+2，0），

则平面 PAC 的法向量为$\overrightarrow{m}$=（1，0，0），

设平面 MPA 的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），

则$\overrightarrow{PA}$=（0，﹣2，﹣$2\sqrt{3}$），

则$\overrightarrow{n}\bullet\overrightarrow{PA}=-2y-2\sqrt{3}z=0$，$\overrightarrow{n}\bullet\overrightarrow{AM}$=（2﹣2λ）x+（2λ+2）y=0

令 z=1，则 y=﹣$\sqrt{3}$，x=$\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{1-\lambda}$，

即$\overrightarrow{n}$=（$\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{1-\lambda}$，﹣$\sqrt{3}$，1），

∵二面角 M﹣PA﹣C 为 30°，

∴$\cos30°=|\frac{\overrightarrow{m}\bullet\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即$\frac{\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{\lambda-1}}{\sqrt{(\frac{\lambda+1}{1-\lambda}\bullet\sqrt{3})^2+1+3}\bullet1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

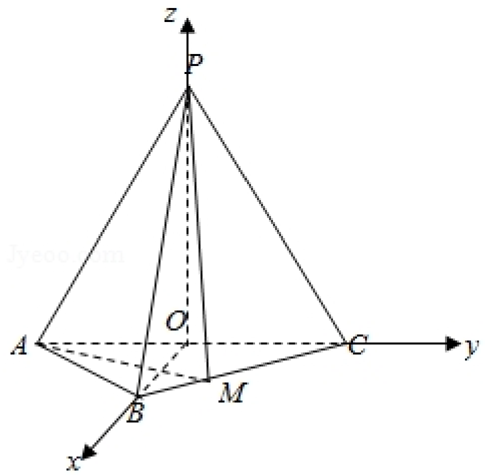
解得 $\lambda=\frac{1}{3}$或 λ=3（舍），

则平面 MPA 的法向量$\overrightarrow{n}$=（$2\sqrt{3}$，﹣$\sqrt{3}$，1），

$\overrightarrow{PC}$=（0，2，﹣$2\sqrt{3}$），

PC 与平面 PAM 所成角的正弦值 $\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{PC},\overrightarrow{n}>|=|\frac{-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{\sqrt{16}\bullet\sqrt{16}}|=\frac{4\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

．



【点评】本题主要考查空间直线和平面的位置关系的应用以及二面角，线面角的求解，建立坐标系求出点的坐标，利用向量法是解决本题的关键．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$．

（1）若 a=1，证明：当 x≥0 时，f（x）≥1；

（2）若 f（x）在（0，+∞）只有一个零点，求 a．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）通过两次求导，利用导数研究函数的单调性极值与最值即可证明，

（2）方法一、分离参数可得 $a=\frac{e^x}{x^2}$在（0，+∞）只有一个根，即函数 y=a 与 $G(x)=\frac{e^x}{x^2}$的图象在（0，+∞）只有一个交点．结合图象即可求得 a．

方法二、：①当 a≤0 时，$f(x)=e^x-ax^2>0$，f（x）在（0，+∞）没有零点．．

②当 a≤0 时，设函数 $h(x)=1-ax^2e^{-x}$．f（x）在（0，+∞）只有一个零点⇔h（x）在（0，+∞）只有一个零点．

利用 $h'(x)=x(x-2)e^{-x}$，可得 h（x））在（0，2）递减，在（2，+∞）递增，结合函数 h（x）图象即可求得 a．

【解答】证明：（1）当 $a=1$ 时，函数 $f(x)=e^x-x^2$.

则 $f'(x)=e^x-2x$，

令 $g(x)=e^x-2x$，则 $g'(x)=e^x-2$，

令 $g'(x)=0$，得 $x=\ln 2$.

当 $x\in(0,\ln 2)$ 时，$g'(x)<0$，当 $x\in(\ln 2,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，

∴$g(x)\geqslant g(\ln 2)=e^{\ln 2}-2\bullet\ln 2=2-2\ln 2>0$，

∴$f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，∴$f(x)\geqslant f(0)=1$，

解：（2）方法一、，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个零点⇔方程 $e^x-ax^2=0$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个根，

⇔$a=\dfrac{e^x}{x^2}$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个根，

即函数 $y=a$ 与 $G(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$ 的图象在 $(0,+\infty)$ 只有一个交点.

$G'(x)=\dfrac{e^x(x-2)}{x^3}$，

当 $x\in(0,2)$ 时，$G'(x)<0$，当 $\in(2,+\infty)$ 时，$G'(x)>0$，

∴$G(x)$ 在 $(0,2)$ 递减，在 $(2,+\infty)$ 递增，

当→0 时，$G(x)\to+\infty$，当→$+\infty$ 时，$G(x)\to+\infty$，

∴$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个零点时，$a=G(2)=\dfrac{e^2}{4}$.

方法二：①当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^x-ax^2>0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 没有零点．.

②当 $a>0$ 时，设函数 $h(x)=1-ax^2e^{-x}$．$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个零点⇔$h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 只有一个零点.

$h'(x)=x(x-2)e^{-x}$，当 $x\in(0,2)$ 时，$h'(x)<0$，当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，

∴$h(x)$ 在 $(0,2)$ 递减，在 $(2,+\infty)$ 递增，∴$h(x)_{min}=h(2)=1-\dfrac{4a}{e^2}$，$(x\geqslant 0)$．

当 h（2）＜0 时，即 a＞$\frac{e^2}{4}$，由于 h（0）=1，当 x＞0 时，$e^x＞x^2$，可得 h（4a）=1－$\frac{16a^3}{e^{4a}}$=1－$\frac{16a^3}{(e^{2a})^2}$＞1－$\frac{16a^3}{(2a)^4}$=1－$\frac{1}{a}$＞0．h（x）在（0，+∞）有2个零点

当 h（2）＞0 时，即 a＜$\frac{e^2}{4}$，h（x）在（0，+∞）没有零点，

当 h（2）=0 时，即 a=$\frac{e^2}{4}$，h（x）在（0，+∞）只有一个零点，

综上，f（x）在（0，+∞）只有一个零点时，a=$\frac{e^2}{4}$．

【点评】本题考查了利用导数探究函数单调性，以及函数零点问题，考查了转化思想、数形结合思想，属于中档题．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．（10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$，（θ 为参数），直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$，（t 为参数）．

（1）求 C 和 l 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为（1，2），求 l 的斜率．

【考点】QH：参数方程化成普通方程．

【专题】35：转化思想；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）直接利用转换关系，把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化．

（2）利用直线和曲线的位置关系，在利用中点坐标求出结果．

【解答】解：（1）曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数），

转换为直角坐标方程为：$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$．

直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数）．

转换为直角坐标方程为：xsinα﹣ycosα+2cosα﹣sinα=0．

（2）把直线的参数方程代入椭圆的方程得到：$\frac{(2+t\sin\alpha)^2}{16}+\frac{(1+t\cos\alpha)^2}{4}=1$

整理得：（$4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$）$t^2$+（$8\cos\alpha+4\sin\alpha$）$t-8=0$，

则：$t_1+t_2=-\frac{8\cos\alpha+4\sin\alpha}{4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}$，

由于（1，2）为中点坐标，

①当直线的斜率不存时，x=1.

无解故舍去.

②当直线的斜率存在时，（由于 t_1 和 t_2 为 A、B 对应的参数）

所以利用中点坐标公式$\frac{t_1+t_2}{2}=0$，

则：$8\cos\alpha+4\sin\alpha=0$，

解得：$\tan\alpha=-2$，

即：直线 l 的斜率为－ 2.

【点评】本题考查的知识要点：参数方程和极坐标方程与直角坐标方程的转化，直线和曲线的位置关系的应用，中点坐标的应用.

[选修 4-5：不等式选讲]

23．设函数 f（x）=5－ |x+a|－ |x－ 2|.

（1）当 a=1 时，求不等式 f（x）≥0 的解集；

（2）若 f（x）≤1，求 a 的取值范围.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【专题】11：计算题；38：对应思想；4R：转化法；5T：不等式.

【分析】（1）去绝对值，化为分段函数，求出不等式的解集即可，

（2）由题意可得|x+a|+|x－ 2|≥4，根据据绝对值的几何意义即可求出

【解答】解：（1）当 a=1 时，f（x）=5－ |x+1|－ |x－ 2|=$\begin{cases}2x+4, & x\leqslant -1\\ 2, & -1<x<2\\ -2x+6, & x\geqslant 2\end{cases}$.

当 x≤－ 1 时，f（x）=2x+4≥0，解得－ 2≤x≤－ 1，

当$-1<x<2$时，$f(x)=2\geqslant 0$恒成立，即$-1<x<2$，

当$x\geqslant 2$时，$f(x)=-2x+6\geqslant 0$，解得$2\leqslant x\leqslant 3$，

综上所述不等式$f(x)\geqslant 0$的解集为$[-2,3]$，

（2）∵$f(x)\leqslant 1$，

∴$5-|x+a|-|x-2|\leqslant 1$，

∴$|x+a|+|x-2|\geqslant 4$，

∴$|x+a|+|x-2|=|x+a|+|2-x|\geqslant |x+a+2-x|=|a+2|$，

∴$|a+2|\geqslant 4$，

解得$a\leqslant -6$或$a\geqslant 2$，

故a的取值范围$(-\infty,-6]\cup[2,+\infty)$．

【点评】本题考查了绝对值的不等式和绝对值的几何意义，属于中档题