2016 年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标 I ）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5 分）设集合 A={x|x^2－ 4x+3＜0}，B={x|2x－ 3＞0}，则 A∩B=（　　）

A．（－ 3，－ $\frac{3}{2}$）　B．（－ 3，$\frac{3}{2}$）　C．（1，$\frac{3}{2}$）　D．（$\frac{3}{2}$，3）

2．（5 分）设（1+i）x=1+yi，其中 x，y 是实数，则|x+yi|=（　　）

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$\sqrt{3}$　D．2

3．（5 分）已知等差数列{a_n}前 9 项的和为 27，a_{10}=8，则 a_{100}=（　　）

A．100　B．99　C．98　D．97

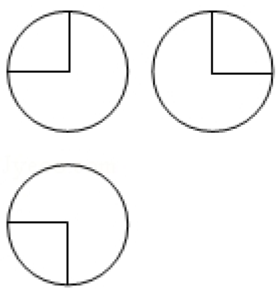
4．（5 分）某公司的班车在 7：00，8：00，8：30 发车，小明在 7：50 至 8：30 之间到达发车站乘坐班车，且到达发车站的时刻是随机的，则他等车时间不超过 10 分钟的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{2}{3}$　D．$\frac{3}{4}$

5．（5 分）已知方程 $\frac{x^2}{m^2+n}-\frac{y^2}{3m^2-n}=1$ 表示双曲线，且该双曲线两焦点间的距离为 4，则 n 的取值范围是（　　）

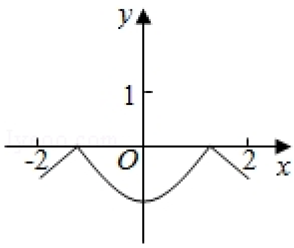
A．（－ 1，3）　B．（－ 1，$\sqrt{3}$）　C．（0，3）　D．（0，$\sqrt{3}$）

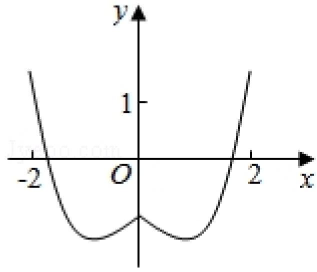
6．（5 分）如图，某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互垂直的半径．若该几何体的体积是 $\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是（　　）

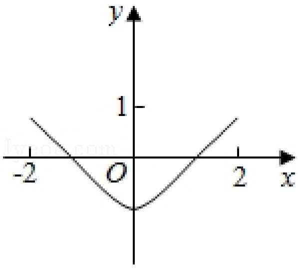


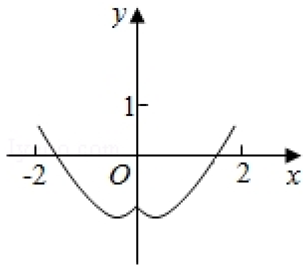
A．17π　B．18π　C．20π　D．28π

7．（5 分）函数 y=$2x^2$－ $e^{|x|}$在[－ 2，2]的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

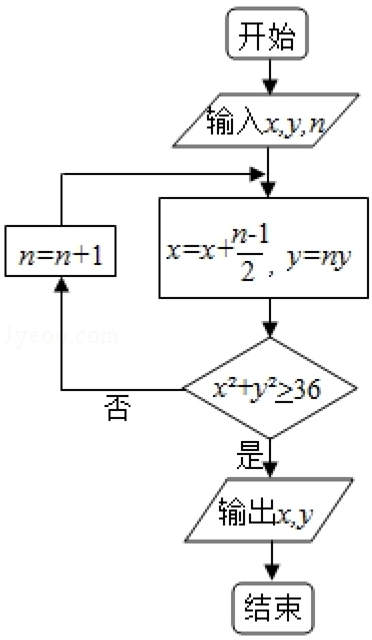
D. 

8．（5 分）若 a＞b＞1，0＜c＜1，则（　　）

A．$a^c<b^c$　　　　B．$ab^c<ba^c$

C．$a\log_b c<b\log_a c$　　　　D．$\log_a c<\log_b c$

9．（5 分）执行下面的程序框图，如果输入的 x=0，y=1，n=1，则输出 x，y 的值满足（　　）



A．y=2x　　B．y=3x　　C．y=4x　　D．y=5x

10．（5 分）以抛物线 C 的顶点为圆心的圆交 C 于 A、B 两点，交 C 的准线于 D、E 两点．已知$|AB|=4\sqrt{2}$，$|DE|=2\sqrt{5}$，则 C 的焦点到准线的距离为（　　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

11．（5 分）平面 α 过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A，α∥平面 CB_1D_1，α∩平面 ABCD=m，α∩平面 ABB_1A_1=n，则 m、n 所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

12．（5 分）已知函数 f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，$|\phi|\leqslant\frac{\pi}{2}$），$x=-\frac{\pi}{4}$为 f（x）的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为 y=f（x）图象的对称轴，且 f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，则 ω 的最大值为（　　）

A．11　　B．9　　C．7　　D．5

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．（5 分）设向量$\vec{a}$=（m，1），$\vec{b}$=（1，2），且$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，则 m=_______.

14．（5 分）$(2x+\sqrt{x})^5$的展开式中，x^3 的系数是_______．（用数字填写答案）

15．（5 分）设等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，则 $a_1a_2\ldots a_n$ 的最大值为_______.

16．（5 分）某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料．生产一件产品 A 需要甲材料 1.5kg，乙材料 1kg，用 5 个工时；生产一件产品 B 需要甲材料 0.5kg，乙材料 0.3kg，用 3 个工时，生产一件产品 A 的利润为 2100 元，生产一件产品 B 的利润为 900 元．该企业现有甲材料 150kg，乙材料 90kg，则在不超过 600 个工时的条件下，生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为_______元．

三、解答题：本大题共 5 小题，满分 60 分，解答须写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（12 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 2cosC（acosB+bcosA）=c．

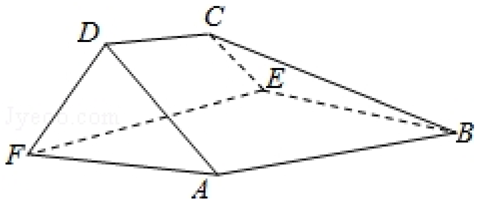
（Ⅰ）求 C；

（Ⅱ）若 $c=\sqrt{7}$，△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求△ABC 的周长．

18．（12 分）如图，在以 A，B，C，D，E，F 为顶点的五面体中，面 ABEF 为正方形，AF=2FD，∠AFD=90°，且二面角 D﹣AF﹣E 与二面角 C﹣BE﹣F 都是 60°．

（Ⅰ）证明平面 ABEF⊥平面 EFDC；

（Ⅱ）求二面角 E﹣BC﹣A 的余弦值．



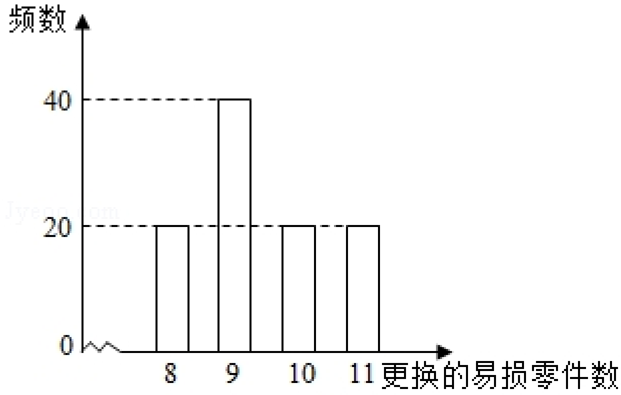
19．（12 分）某公司计划购买 2 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰．机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元．在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元．现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得如图柱状图：

以这 100 台机器更换的易损零件数的频率代替 1 台机器更换的易损零件数发生的概率，记 X 表示 2 台机器三年内共需更换的易损零件数，n 表示购买 2 台机器的同时购买的易损零件数．

（Ⅰ）求 X 的分布列；

（Ⅱ）若要求 P（X≤n）≥0.5，确定 n 的最小值；

（Ⅲ）以购买易损零件所需费用的期望值为决策依据，在 n=19 与 n=20 之中选其一，应选用哪个？



20．（12 分）设圆 $x^2+y^2+2x-15=0$ 的圆心为 A，直线 l 过点 B（1，0）且与 x 轴不重合，l 交圆 A 于 C，D 两点，过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E．

（Ⅰ）证明 $|EA|+|EB|$ 为定值，并写出点 E 的轨迹方程；

（Ⅱ）设点 E 的轨迹为曲线 C_1，直线 l 交 C_1 于 M，N 两点，过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P，Q 两点，求四边形 MPNQ 面积的取值范围．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ 有两个零点．

（Ⅰ）求 a 的取值范围；

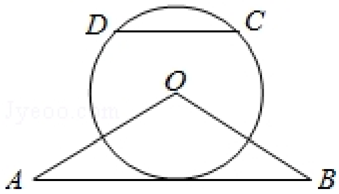
（Ⅱ）设 x_1，x_2 是 $f(x)$ 的两个零点，证明：$x_1+x_2<2$．

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，△OAB 是等腰三角形，∠AOB=120°．以 O 为圆心，$\frac{1}{2}$OA 为半径作圆．

（Ⅰ）证明：直线 AB 与⊙O 相切；

（Ⅱ）点 C，D 在⊙O 上，且 A，B，C，D 四点共圆，证明：AB∥CD．



[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=a\cos t\\y=1+a\sin t\end{cases}$（t 为参数，a＞0）．在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2：ρ=4cosθ．

（Ⅰ）说明 C_1 是哪种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程；

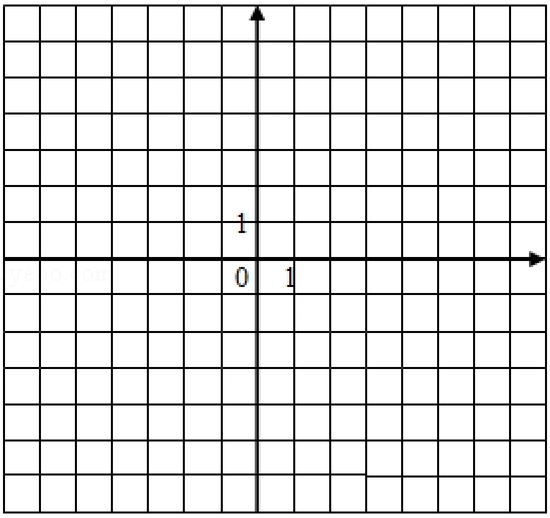
（Ⅱ）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a．

[选修 4-5：不等式选讲]

24．已知函数 f（x）=|x+1|﹣|2x﹣3|．

（Ⅰ）在图中画出 y=f（x）的图象；

（Ⅱ）求不等式|f（x）|＞1 的解集．


1
0
1

2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）设集合 $A=\{x|x^2-4x+3<0\}$，$B=\{x|2x-3>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-3,-\frac{3}{2})$　B．$(-3,\frac{3}{2})$　C．$(1,\frac{3}{2})$　D．$(\frac{3}{2},3)$

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】11：计算题；4O：定义法；5J：集合.

【分析】解不等式求出集合A，B，结合交集的定义，可得答案.

【解答】解：∵集合 $A=\{x|x^2-4x+3<0\}=(1,3)$，

$B=\{x|2x-3>0\}=(\frac{3}{2},+\infty)$，

∴$A\cap B=(\frac{3}{2},3)$，

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是集合的交集及其运算，难度不大，属于基础题.

2．（5分）设 $(1+i)x=1+yi$，其中x，y是实数，则 $|x+yi|=$（　　）

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$\sqrt{3}$　D．2

【考点】A8：复数的模.

【专题】34：方程思想；4O：定义法；5N：数系的扩充和复数.

【分析】根据复数相等求出x，y的值，结合复数的模长公式进行计算即可.

【解答】解：∵$(1+i)x=1+yi$，

∴$x+xi=1+yi$，

即 $\begin{cases}x=1\\y=x\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，即 $|x+yi|=|1+i|=\sqrt{2}$，

故选：B.

【点评】本题主要考查复数模长的计算，根据复数相等求出 x，y 的值是解决本题的关键.

3．（5 分）已知等差数列$\{a_n\}$前 9 项的和为 27，$a_{10}=8$，则 $a_{100}=$（　　）

A．100　　B．99　　C．98　　D．97

【考点】83：等差数列的性质.

【专题】11：计算题；4O：定义法；54：等差数列与等比数列.

【分析】根据已知可得 $a_5=3$，进而求出公差，可得答案.

【解答】解：∵等差数列$\{a_n\}$前 9 项的和为 27，$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=\frac{9\times 2a_5}{2}=9a_5$.

∴$9a_5=27$，$a_5=3$，

又∵$a_{10}=8$，

∴$d=1$，

∴$a_{100}=a_5+95d=98$，

故选：C.

【点评】本题考查的知识点是数列的性质，熟练掌握等差数列的性质，是解答的关键.

4．（5 分）某公司的班车在 7：00，8：00，8：30 发车，小明在 7：50 至 8：30 之间到达发车站乘坐班车，且到达发车站的时刻是随机的，则他等车时间不超过 10 分钟的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】CF：几何概型.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】求出小明等车时间不超过 10 分钟的时间长度，代入几何概型概率计算公式，可得答案.

【解答】解：设小明到达时间为 y，

当y在7：50至8：00，或8：20至8：30时，

小明等车时间不超过10分钟，

故 $P=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$，

故选：B.

【点评】本题考查的知识点是几何概型，难度不大，属于基础题.

5. （5分）已知方程 $\frac{x^2}{m^2+n}-\frac{y^2}{3m^2-n}=1$ 表示双曲线，且该双曲线两焦点间的距离为4，则n的取值范围是（　　）

A. （﹣1，3）　B. （﹣1，$\sqrt{3}$）　C. （0，3）　D. （0，$\sqrt{3}$）

【考点】KB：双曲线的标准方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】由已知可得c=2，利用4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得 $m^2=1$，又（m^2+n）（$3m^2$﹣n）＞0，从而可求n的取值范围.

【解答】解：∵双曲线两焦点间的距离为4，∴c=2，

当焦点在x轴上时，

可得：4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得：$m^2=1$，

∵方程 $\frac{x^2}{m^2+n}-\frac{y^2}{3m^2-n}=1$ 表示双曲线，

∴（m^2+n）（$3m^2$﹣n）＞0，可得：（n+1）（3﹣n）＞0，

解得：﹣1＜n＜3，即n的取值范围是：（﹣1，3）.

当焦点在y轴上时，

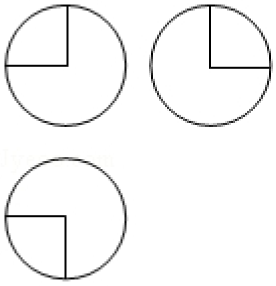
可得：﹣4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得：m^2=﹣1，

无解.

故选：A.

【点评】本题主要考查了双曲线方程的应用，考查了不等式的解法，属于基础题．

6．（5 分）如图，某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互垂直的半径．若该几何体的体积是$\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是（　　）



A．17π　　B．18π　　C．20π　　D．28π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5F：空间位置关系与距离．

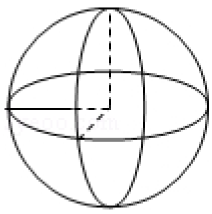
【分析】判断三视图复原的几何体的形状，利用体积求出几何体的半径，然后求解几何体的表面积．

【解答】解：由题意可知三视图复原的几何体是一个球去掉$\frac{1}{8}$后的几何体，如图：

可得：$\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{28\pi}{3}$，R=2．

它的表面积是：$\frac{7}{8}\times4\pi\bullet2^2+\frac{3}{4}\times\pi\bullet2^2=17\pi$．

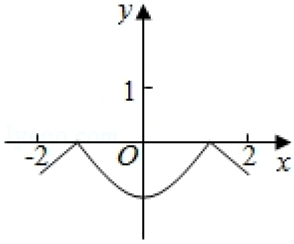
故选：A．



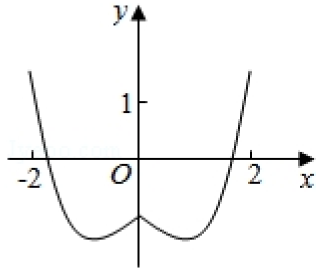
【点评】本题考查三视图求解几何体的体积与表面积，考查计算能力以及空间想象能力．

7．（5 分）函数 $y=2x^2-e^{|x|}$在[－2，2]的图象大致为（　　）

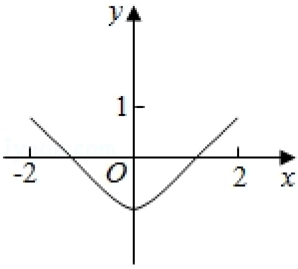
A.



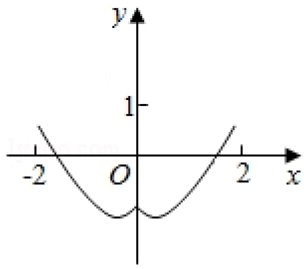
B.



C.



D.



【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】27：图表型；48：分析法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据已知中函数的解析式，分析函数的奇偶性，最大值及单调性，利用排除法，可得答案．

【解答】解：∵$f(x)=y=2x^2-e^{|x|}$，

∴$f(-x)=2(-x)^2-e^{|-x|}=2x^2-e^{|x|}$，

故函数为偶函数，

当 $x=\pm 2$ 时，$y=8-e^2\in(0,1)$，故排除 A，B；

当 $x\in[0,2]$时，$f(x)=y=2x^2-e^x$，

∴$f'(x)=4x-e^x=0$ 有解，

故函数 $y=2x^2-e^{|x|}$在$[0,2]$不是单调的，故排除 C，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是函数的图象，对于超越函数的图象，一般采用排除法解答．

8．（5 分）若 $a>b>1$，$0<c<1$，则（　　）

A．$a^c<b^c$　　　　B．$ab^c<ba^c$

C．$a\log_b c<b\log_a c$　　　　D．$\log_a c<\log_b c$

【考点】R3：不等式的基本性质．

【专题】33：函数思想；35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用；5T：不等式．

【分析】根据已知中 $a>b>1$，$0<c<1$，结合对数函数和幂函数的单调性，分析各个结论的真假，可得答案．

【解答】解：∵$a>b>1$，$0<c<1$，

∴函数 $f(x)=x^c$ 在（0，+∞）上为增函数，故 $a^c>b^c$，故 A 错误；

函数 $f(x)=x^{c-1}$ 在（0，+∞）上为减函数，故 $a^{c-1}<b^{c-1}$，故 $ba^c<ab^c$，即 $ab^c>ba^c$；故 B 错误；

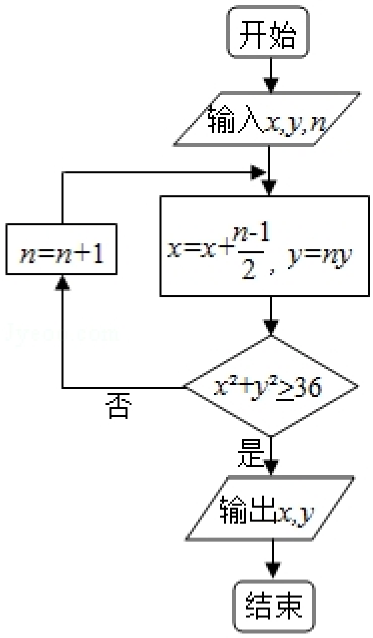
$\log_a c<0$，且 $\log_b c<0$，$\log_a b<1$，即 $\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{\log_a c}{\log_b c}<1$，即 $\log_a c>\log_b c$．故 D 错误；

$0<-\log_a c<-\log_b c$，故 $-b\log_a c<-a\log_b c$，即 $b\log_a c>a\log_b c$，即 $a\log_b c<b\log_a c$，故 C 正确；

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是不等式的比较大小，熟练掌握对数函数和幂函数的单调性，是解答的关键．

9．（5 分）执行下面的程序框图，如果输入的 x=0，y=1，n=1，则输出 x，y 的值满足（　　）



A．y=2x　　B．y=3x　　C．y=4x　　D．y=5x

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；28：操作型；5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 x，y 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：输入 x=0，y=1，n=1，

则 x=0，y=1，不满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，故 n=2，

则 $x=\frac{1}{2}$，y=2，不满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，故 n=3，

则 $x=\frac{3}{2}$，y=6，满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，

故 y=4x，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

10．（5 分）以抛物线 C 的顶点为圆心的圆交 C 于 A、B 两点，交 C 的准线于 D、E 两点．已知$|AB|=4\sqrt{2}$，$|DE|=2\sqrt{5}$，则 C 的焦点到准线的距离为（　　）

A．2　　　　　　　B．4　　　　　　　C．6　　　　　　　D．8

【考点】K8：抛物线的性质；KJ：圆与圆锥曲线的综合．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】画出图形，设出抛物线方程，利用勾股定理以及圆的半径列出方程求解即可．

【解答】解：设抛物线为 $y^2=2px$，如图：$|AB|=4\sqrt{2}$，$|AM|=2\sqrt{2}$，

$|DE|=2\sqrt{5}$，$|DN|=\sqrt{5}$，$|ON|=\frac{p}{2}$，

$x_A=\frac{(2\sqrt{2})^2}{2p}=\frac{4}{p}$，

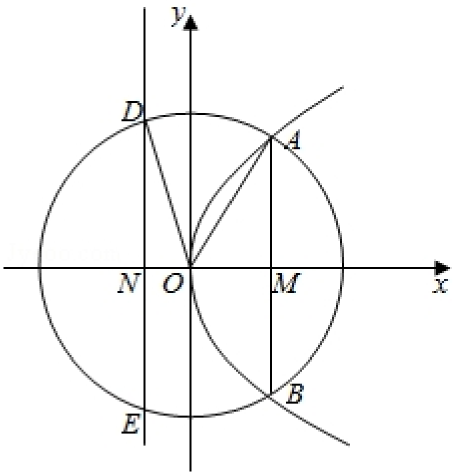
$|OD|=|OA|$，

$\frac{16}{p^2}+8=\frac{p^2}{4}+5$，

解得：p=4．

C 的焦点到准线的距离为：4．

故选：B．



【点评】本题考查抛物线的简单性质的应用，抛物线与圆的方程的应用，考查计算能力．转化思想的应用．

11．（5 分）平面 α 过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A，α∥平面 CB_1D_1，α∩平

面 ABCD=m，α∩平面 ABB_1A_1=n，则 m、n 所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5G：空间角．

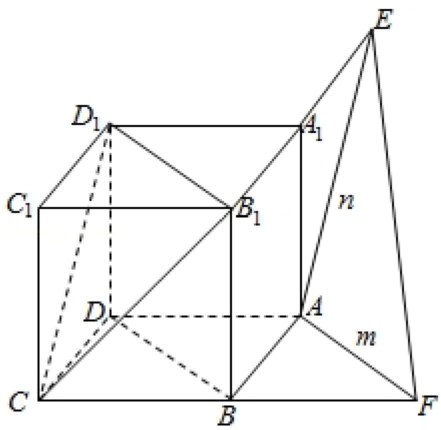
【分析】画出图形，判断出 m、n 所成角，求解即可．

【解答】解：如图：α∥平面 CB_1D_1，α∩平面 ABCD=m，α∩平面 ABA_1B_1=n，

可知：n∥CD_1，m∥B_1D_1，∵△CB_1D_1 是正三角形．m、n 所成角就是∠CD_1B_1=60°．

则 m、n 所成角的正弦值为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

故选：A．



【点评】本题考查异面直线所成角的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

12．（5 分）已知函数 f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，|φ|≤$\frac{\pi}{2}$），x=−$\frac{\pi}{4}$为 f（x）的零点，x=$\frac{\pi}{4}$为 y=f（x）图象的对称轴，且 f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，则 ω 的最大值为（　　）

A．11　　B．9　　C．7　　D．5

【考点】H6：正弦函数的奇偶性和对称性．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】根据已知可得 ω 为正奇数，且 ω≤12，结合 $x=-\frac{\pi}{4}$为 f（x）的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为 y=f（x）图象的对称轴，求出满足条件的解析式，并结合 f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，可得 ω 的最大值．

【解答】解：∵$x=-\frac{\pi}{4}$为 f（x）的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为 y=f（x）图象的对称轴，

∴$\frac{2n+1}{4}\cdot T=\frac{\pi}{2}$，即$\frac{2n+1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2}$，（n∈N）

即 ω=2n+1，（n∈N）

即 ω 为正奇数，

∵f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，则$\frac{5\pi}{36}-\frac{\pi}{18}=\frac{\pi}{12}\leq\frac{T}{2}$，

即 $T=\frac{2\pi}{\omega}\geq\frac{\pi}{6}$，解得：ω≤12，

当 ω=11 时，$-\frac{11\pi}{4}+\phi=k\pi$，k∈Z，

∵$|\phi|\leq\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=-\frac{\pi}{4}$，

此时 f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）不单调，不满足题意；

当 ω=9 时，$-\frac{9\pi}{4}+\phi=k\pi$，k∈Z，

∵$|\phi|\leq\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=\frac{\pi}{4}$，

此时 f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）单调，满足题意；

故 ω 的最大值为 9，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是正弦型函数的图象和性质，本题转化困难，难度较大．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．（5 分）设向量$\vec{a}$=（m，1），$\vec{b}$=（1，2），且$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，则 m=<u>　－2</u>

．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；5A：平面向量及应用．

【分析】利用已知条件，通过数量积判断两个向量垂直，然后列出方程求解即可

．

【解答】解：$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，

可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$．

向量$\vec{a}=$（m，1），$\vec{b}=$（1，2），

可得 m+2=0，解得 m=﹣ 2．

故答案为：﹣ 2．

【点评】本题考查向量的数量积的应用，向量的垂直条件的应用，考查计算能力

．

14．（5 分）$(2x+\sqrt{x})^5$的展开式中，x^3的系数是__10__．（用数字填写答案）

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5P：二项式定理．

【分析】利用二项展开式的通项公式求出第 r+1 项，令 x 的指数为 3，求出 r，即可求出展开式中 x^3 的系数．

【解答】解：$(2x+\sqrt{x})^5$的展开式中，通项公式为：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(\sqrt{x})^r=2^{5-r}C_5^r\cdot x^{5-\frac{r}{2}}$，

令 $5-\frac{r}{2}=3$，解得 r=4

∴x^3 的系数 $2C_5^4=10$．

故答案为：10．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基础

题.

15. （5 分）设等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，则 $a_1a_2\ldots a_n$ 的最大值为__64

.

【考点】87：等比数列的性质；8I：数列与函数的综合.

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；54：等差数列与等比数列.

【分析】求出数列的等比与首项，化简 $a_1a_2\ldots a_n$，然后求解最值.

【解答】解：等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，

可得 $q(a_1+a_3)=5$，解得 $q=\frac{1}{2}$.

$a_1+q^2a_1=10$，解得 $a_1=8$.

则 $a_1a_2\ldots a_n=a_1^n\bullet q^{1+2+3+\ldots+(n-1)}=8^n\bullet\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}=2^{3n-\frac{n^2-n}{2}}=2^{\frac{7n-n^2}{2}}$，

当 n=3 或 4 时，表达式取得最大值：$2^{\frac{12}{2}}=2^6=64$.

故答案为：64.

【点评】本题考查数列的性质数列与函数相结合的应用，转化思想的应用，考查计算能力.

16. （5 分）某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料．生产一件产品 A 需要甲材料 1.5kg，乙材料 1kg，用 5 个工时；生产一件产品 B 需要甲材料 0.5kg，乙材料 0.3kg，用 3 个工时，生产一件产品 A 的利润为 2100 元，生产一件产品 B 的利润为 900 元．该企业现有甲材料 150kg，乙材料 90kg，则在不超过 600 个工时的条件下，生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为__216000__元.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；33：函数思想；35：转化思想.

【分析】设 A、B 两种产品分别是 x 件和 y 件，根据题干的等量关系建立不等式

组以及目标函数，利用线性规划作出可行域，通过目标函数的几何意义，求出其最大值即可；

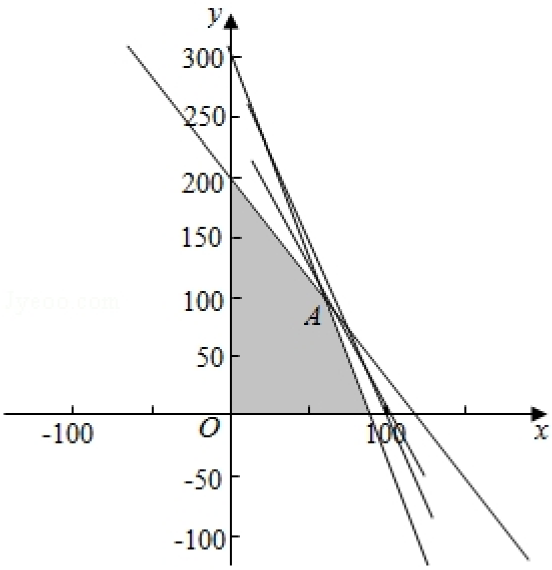
【解答】解：（1）设 A、B 两种产品分别是 x 件和 y 件，获利为 z 元．

由题意，得$\begin{cases}x\in N，y\in N\\1.5x+0.5y\leqslant150\\x+0.3y\leqslant90\\5x+3y\leqslant600\end{cases}$，z=2100x+900y．

不等式组表示的可行域如图：由题意可得$\begin{cases}x+0.3y=90\\5x+3y=600\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=60\\y=100\end{cases}$，A（60，100），

目标函数 z=2100x+900y．经过 A 时，直线的截距最大，目标函数取得最大值：2100×60+900×100=216000 元．

故答案为：216000．



【点评】本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用，二元一次方程组的解法的运用，不等式组解实际问题的运用，不定方程解实际问题的运用，解答时求出最优解是解题的关键．

三、解答题：本大题共 5 小题，满分 60 分，解答须写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（12 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 2cosC（acosB+bcosA）=c．

（Ⅰ）求 C；

（Ⅱ）若 $c=\sqrt{7}$，△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求△ABC 的周长．

【考点】HU：解三角形．

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形．

【分析】（Ⅰ）已知等式利用正弦定理化简，整理后利用两角和与差的正弦函数公式及诱导公式化简，根据 sinC 不为 0 求出 cosC 的值，即可确定出出 C 的度数；

（2）利用余弦定理列出关系式，利用三角形面积公式列出关系式，求出 a+b 的值，即可求△ABC 的周长．

【解答】解：（Ⅰ）∵在△ABC 中，$0<C<\pi$，∴$\sin C\neq 0$

已知等式利用正弦定理化简得：2cosC（sinAcosB+sinBcosA）=sinC，

整理得：2cosCsin（A+B）=sinC，

即 2cosCsin（π−（A+B））=sinC

2cosCsinC=sinC

∴$\cos C=\frac{1}{2}$，

∴$C=\frac{\pi}{3}$；

（Ⅱ）由余弦定理得 $7=a^2+b^2-2ab\bullet\frac{1}{2}$，

∴$(a+b)^2-3ab=7$，

∵$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

∴ab=6，

∴$(a+b)^2-18=7$，

∴a+b=5，

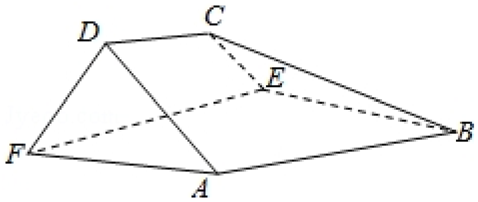
∴△ABC 的周长为 $5+\sqrt{7}$．

【点评】此题考查了正弦、余弦定理，三角形的面积公式，以及三角函数的恒等变形，熟练掌握定理及公式是解本题的关键．

18．（12 分）如图，在以 A，B，C，D，E，F 为顶点的五面体中，面 ABEF 为正方形，AF=2FD，∠AFD=90°，且二面角 D－AF－E 与二面角 C－BE－F 都是 60°．

（Ⅰ）证明平面 ABEF⊥平面 EFDC；

（Ⅱ）求二面角 E－BC－A 的余弦值．



【考点】MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5H：空间向量及应用；5Q：立体几何．

【分析】（Ⅰ）证明 AF⊥平面 EFDC，利用平面与平面垂直的判定定理证明平面 ABEF⊥平面 EFDC；

（Ⅱ）证明四边形 EFDC 为等腰梯形，以 E 为原点，建立如图所示的坐标系，求出平面 BEC、平面 ABC 的法向量，代入向量夹角公式可得二面角 E－BC－A 的余弦值．

【解答】（Ⅰ）证明：∵ABEF 为正方形，∴AF⊥EF．

∵∠AFD=90°，∴AF⊥DF，

∵DF∩EF=F，

∴AF⊥平面 EFDC，

∵AF⊂平面 ABEF，

∴平面 ABEF⊥平面 EFDC；

（Ⅱ）解：由 AF⊥DF，AF⊥EF，

可得∠DFE 为二面角 D－AF－E 的平面角；

由 ABEF 为正方形，AF⊥平面 EFDC，

∵BE⊥EF，

∴BE⊥平面 EFDC

即有 CE⊥BE，

可得∠CEF 为二面角 C﹣ BE﹣ F 的平面角.

可得∠DFE=∠CEF=60°.

∵AB∥EF，AB⊄平面 EFDC，EF⊂平面 EFDC，

∴AB∥平面 EFDC，

∵平面 EFDC∩平面 ABCD=CD，AB⊂平面 ABCD，

∴AB∥CD，

∴CD∥EF，

∴四边形 EFDC 为等腰梯形.

以 E 为原点，建立如图所示的坐标系，设 FD=a，

则 E（0，0，0），B（0，2a，0），C（$\frac{a}{2}$，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$a），A（2a，2a，0），

∴$\overrightarrow{EB}$=（0，2a，0），$\overrightarrow{BC}$=（$\frac{a}{2}$，﹣ 2a，$\frac{\sqrt{3}}{2}$a），$\overrightarrow{AB}$=（﹣ 2a，0，0）

设平面 BEC 的法向量为$\overrightarrow{m}$=（x_1，y_1，z_1），则$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{EB}=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$，

则$\begin{cases}2ay_1=0\\ \frac{a}{2}x_1-2ay_1+\frac{\sqrt{3}}{2}az_1=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{m}$=（$\sqrt{3}$，0，﹣ 1）.

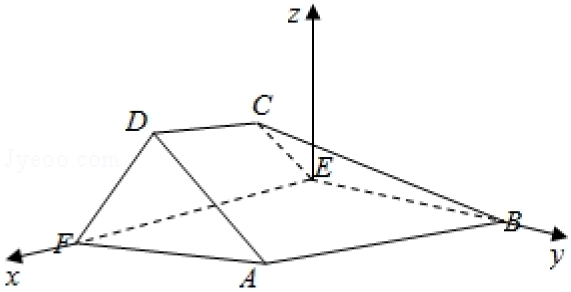
设平面 ABC 的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x_2，y_2，z_2），则$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$，

则$\begin{cases}\frac{a}{2}x_2-2ay_2+\frac{\sqrt{3}}{2}az_2=0\\ 2ax_2=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{n}$=（0，$\sqrt{3}$，4）.

设二面角 E﹣ BC﹣ A 的大小为 θ，则 cosθ=$\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}|\cdot|\overrightarrow{n}|}$

=$\frac{-4}{\sqrt{3+1}\cdot\sqrt{3+16}}$=﹣ $\frac{2\sqrt{19}}{19}$，

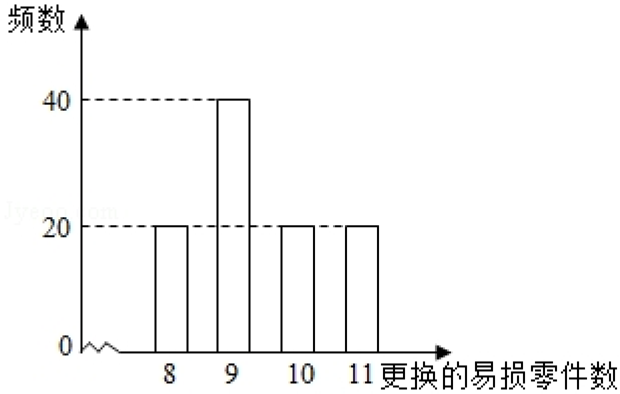
则二面角 E﹣ BC﹣ A 的余弦值为﹣ $\frac{2\sqrt{19}}{19}$.



【点评】本题考查平面与平面垂直的证明，考查用空间向量求平面间的夹角，建立空间坐标系将二面角问题转化为向量夹角问题是解答的关键.

19．（12 分）某公司计划购买 2 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰．机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元．在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元．现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得如图柱状图：

以这 100 台机器更换的易损零件数的频率代替 1 台机器更换的易损零件数发生的概率，记 X 表示 2 台机器三年内共需更换的易损零件数，n 表示购买 2 台机器的同时购买的易损零件数.



（Ⅰ）求 X 的分布列；

（Ⅱ）若要求 P（X≤n）≥0.5，确定 n 的最小值；

（Ⅲ）以购买易损零件所需费用的期望值为决策依据，在 n=19 与 n=20 之中选其一，应选用哪个？

【考点】CG：离散型随机变量及其分布列.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计.

【分析】（Ⅰ）由已知得 X 的可能取值为 16，17，18，19，20，21，22，分别

求出相应的概率，由此能求出 X 的分布列．

（Ⅱ）由 X 的分布列求出 P（X≤18）$=\frac{11}{25}$，P（X≤19）$=\frac{17}{25}$．由此能确定满足 P（X≤n）≥0.5 中 n 的最小值．

（Ⅲ）法一：由 X 的分布列得 P（X≤19）$=\frac{17}{25}$．求出买 19 个所需费用期望 EX_1 和买 20 个所需费用期望 EX_2，由此能求出买 19 个更合适．

法二：解法二：购买零件所用费用含两部分，一部分为购买零件的费用，另一部分为备件不足时额外购买的费用，分别求出 n=19 时，费用的期望和当 n=20 时，费用的期望，从而得到买 19 个更合适．

【解答】解：（Ⅰ）由已知得 X 的可能取值为 16，17，18，19，20，21，22，

P（X=16）$=(\frac{20}{100})^2=\frac{1}{25}$，

P（X=17）$=\frac{20}{100}\times\frac{40}{100}\times2=\frac{4}{25}$，

P（X=18）$=(\frac{40}{100})^2+2(\frac{20}{100})^2=\frac{6}{25}$，

P（X=19）$=2\times\frac{40}{100}\times\frac{20}{100}+2\times(\frac{20}{100})^2=\frac{6}{25}$，

P（X=20）$=(\frac{20}{100})^2+2\times\frac{40}{100}\times\frac{20}{100}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$，

P（X=21）$=2\times(\frac{20}{100})^2=\frac{2}{25}$，

P（X=22）$=(\frac{20}{100})^2=\frac{1}{25}$，

∴X 的分布列为：

X	16	17	18	19	20	21	22
P	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：

P（X≤18）=P（X=16）+P（X=17）+P（X=18）

$=\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{6}{25}=\frac{11}{25}$．

P（X≤19）=P（X=16）+P（X=17）+P（X=18）+P（X=19）

$=\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{17}{25}$．

∴P（X≤n）≥0.5 中，n 的最小值为 19．

（Ⅲ）解法一：由（Ⅰ）得 P（X≤19）=P（X=16）+P（X=17）+P（X=18）+P（X=19）

$=\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{17}{25}$.

买 19 个所需费用期望：

$EX_1=200\times19\times\frac{17}{25}+(200\times19+500)\times\frac{5}{25}+(200\times19+500\times2)\times\frac{2}{25}+(200\times19+500\times3)\times\frac{1}{25}=4040$，

买 20 个所需费用期望：

$EX_2=200\times20\times\frac{22}{25}+(200\times20+500)\times\frac{2}{25}+(200\times20+2\times500)\times\frac{1}{25}=4080$，

∵$EX_1<EX_2$，

∴买 19 个更合适.

解法二：购买零件所用费用含两部分，一部分为购买零件的费用，

另一部分为备件不足时额外购买的费用，

当 n=19 时，费用的期望为：$19\times200+500\times0.2+1000\times0.08+1500\times0.04=4040$，

当 n=20 时，费用的期望为：$20\times200+500\times0.08+1000\times0.04=4080$，

∴买 19 个更合适.

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法及应用，是中档题，解题时要认真审题，注意相互独立事件概率乘法公式的合理运用.

20. （12 分）设圆 $x^2+y^2+2x-15=0$ 的圆心为 A，直线 l 过点 B（1，0）且与 x 轴不重合，l 交圆 A 于 C，D 两点，过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E.

（Ⅰ）证明|EA|+|EB|为定值，并写出点 E 的轨迹方程；

（Ⅱ）设点 E 的轨迹为曲线 C_1，直线 l 交 C_1 于 M，N 两点，过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P，Q 两点，求四边形 MPNQ 面积的取值范围.

【考点】J2：圆的一般方程；KL：直线与椭圆的综合.

【专题】34：方程思想；48：分析法；5B：直线与圆；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（Ⅰ）求得圆 A 的圆心和半径，运用直线平行的性质和等腰三角形的性质，可得 EB=ED，再由圆的定义和椭圆的定义，可得 E 的轨迹为以 A，B 为焦

点的椭圆，求得 a，b，c，即可得到所求轨迹方程；

（Ⅱ）设直线 l：x=my+1，代入椭圆方程，运用韦达定理和弦长公式，可得|MN|，由 PQ⊥l，设 PQ：y=－ m（x－ 1），求得 A 到 PQ 的距离，再由圆的弦长公式可得|PQ|，再由四边形的面积公式，化简整理，运用不等式的性质，即可得到所求范围．

【解答】解：（Ⅰ）证明：圆 $x^2+y^2+2x-15=0$ 即为 $(x+1)^2+y^2=16$，

可得圆心 A（－ 1，0），半径 r=4，

由 BE∥AC，可得∠C=∠EBD，

由 AC=AD，可得∠D=∠C，

即为∠D=∠EBD，即有 EB=ED，

则|EA|+|EB|=|EA|+|ED|=|AD|=4，

故 E 的轨迹为以 A，B 为焦点的椭圆，

且有 2a=4，即 a=2，c=1，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，

则点 E 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$（$y\neq0$）；

（Ⅱ）椭圆 C_1：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，设直线 l：x=my+1，

由 PQ⊥l，设 PQ：y=－ m（x－ 1），

由 $\begin{cases}x=my+1\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$ 可得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，

设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，

可得 $y_1+y_2=-\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，

则 $|MN|=\sqrt{1+m^2}\bullet|y_1-y_2|=\sqrt{1+m^2}\bullet\sqrt{\frac{36m^2}{(3m^2+4)^2}+\frac{36}{3m^2+4}}$

$=\sqrt{1+m^2}\bullet\frac{\sqrt{36(4m^2+4)}}{3m^2+4}=12\bullet\frac{1+m^2}{3m^2+4}$，

A 到 PQ 的距离为 $d=\frac{|-m(-1-1)|}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{|2m|}{\sqrt{1+m^2}}$，

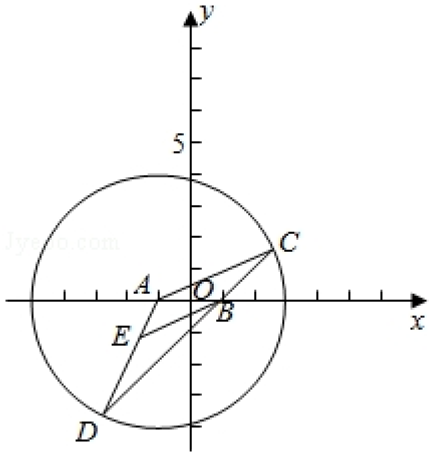
$|PQ|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{16-\frac{4m^2}{1+m^2}}=\frac{4\sqrt{3m^2+4}}{\sqrt{1+m^2}}$,

则四边形 MPNQ 面积为 $S=\frac{1}{2}|PQ|\bullet|MN|=\frac{1}{2}\bullet\frac{4\sqrt{3m^2+4}}{\sqrt{1+m^2}}\bullet12\bullet\frac{1+m^2}{3m^2+4}$

$=24\bullet\frac{\sqrt{1+m^2}}{\sqrt{3m^2+4}}=24\sqrt{\frac{1}{3+\frac{1}{1+m^2}}}$,

当 m=0 时，S 取得最小值 12，又$\frac{1}{1+m^2}>0$，可得 $S<24\bullet\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$，

即有四边形 MPNQ 面积的取值范围是$[12，8\sqrt{3})$．



【点评】本题考查轨迹方程的求法，注意运用椭圆和圆的定义，考查直线和椭圆方程联立，运用韦达定理和弦长公式，以及直线和圆相交的弦长公式，考查不等式的性质，属于中档题．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ 有两个零点．

（Ⅰ）求 a 的取值范围；

（Ⅱ）设 x_1，x_2 是 $f(x)$ 的两个零点，证明：$x_1+x_2<2$．

【考点】51：函数的零点；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】32：分类讨论；35：转化思想；4C：分类法；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】（Ⅰ）由函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ 可得：$f'(x)=(x-1)e^x+2a$

$(x-1)=(x-1)(e^x+2a)$，对 a 进行分类讨论，综合讨论结果，可得答案．

（Ⅱ）设 x_1，x_2 是 f（x）的两个零点，则 $-a=\frac{(x_1-2)e^{x_1}}{(x_1-1)^2}=\frac{(x_2-2)e^{x_2}}{(x_2-1)^2}$，令 $g(x)=\frac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$，则 $g(x_1)=g(x_2)=-a$，分析 g（x）的单调性，令 m＞0，

则 $g(1+m)-g(1-m)=\frac{m+1}{m^2}e^{1-m}(\frac{m-1}{m+1}e^{2m}+1)$，

设 $h(m)=\frac{m-1}{m+1}e^{2m}+1$，m＞0，利用导数法可得 h（m）＞h（0）=0 恒成立，即

g（1+m）＞g（1− m）恒成立，令 $m=1-x_1>0$，可得结论．

【解答】解：（Ⅰ）∵函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$，

∴$f'(x)=(x-1)e^x+2a(x-1)=(x-1)(e^x+2a)$，

①若 a=0，那么 $f(x)=0\Leftrightarrow(x-2)e^x=0\Leftrightarrow x=2$，

函数 f（x）只有唯一的零点 2，不合题意；

②若 a＞0，那么 $e^x+2a>0$ 恒成立，

当 x＜1 时，f′（x）＜0，此时函数为减函数；

当 x＞1 时，f′（x）＞0，此时函数为增函数；

此时当 x=1 时，函数 f（x）取极小值− e，

由 f（2）=a＞0，可得：函数 f（x）在 x＞1 存在一个零点；

当 x＜1 时，$e^x<e$，$x-2<-1<0$，

∴$f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2>(x-2)e+a(x-1)^2=a(x-1)^2+e(x-1)-e$，

令 $a(x-1)^2+e(x-1)-e=0$ 的两根为 t_1，t_2，且 $t_1<t_2$，

则当 $x<t_1$，或 $x>t_2$ 时，$f(x)>a(x-1)^2+e(x-1)-e>0$，

故函数 f（x）在 x＜1 存在一个零点；

即函数 f（x）在 R 是存在两个零点，满足题意；

③若 $-\frac{e}{2}<a<0$，则 $\ln(-2a)<\ln e=1$，

当 $x<\ln(-2a)$ 时，$x-1<\ln(-2a)-1<\ln e-1=0$，

$e^x+2a<e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

当 $\ln(-2a)<x<1$ 时，$x-1<0$，$e^x+2a>e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)<0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递减，

当 $x>1$ 时，$x-1>0$，$e^x+2a>e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

故当 $x=\ln(-2a)$ 时，函数取极大值，

由 $f(\ln(-2a))=[\ln(-2a)-2](-2a)+a[\ln(-2a)-1]^2=a\{[\ln(-2a)-2]^2+1\}<0$ 得：

函数 $f(x)$ 在 R 上至多存在一个零点，不合题意；

④若 $a=-\frac{e}{2}$，则 $\ln(-2a)=1$，

当 $x<1=\ln(-2a)$ 时，$x-1<0$，$e^x+2a<e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

当 $x>1$ 时，$x-1>0$，$e^x+2a>e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

故函数 $f(x)$ 在 R 上单调递增，

函数 $f(x)$ 在 R 上至多存在一个零点，不合题意；

⑤若 $a<-\frac{e}{2}$，则 $\ln(-2a)>\ln e=1$，

当 $x<1$ 时，$x-1<0$，$e^x+2a<e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

当 $1<x<\ln(-2a)$ 时，$x-1>0$，$e^x+2a<e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)<0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递减，

当 $x>\ln(-2a)$ 时，$x-1>0$，$e^x+2a>e^{\ln(-2a)}+2a=0$，

即 $f'(x)=(x-1)(e^x+2a)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 单调递增，

故当 $x=1$ 时，函数取极大值，

由 $f(1)=-e<0$ 得：

函数 $f(x)$ 在 R 上至多存在一个零点，不合题意；

综上所述，a 的取值范围为 $(0,+\infty)$

证明：（Ⅱ）∵x_1，x_2 是 $f(x)$ 的两个零点，

∴$f(x_1)=f(x_2)=0$，且 $x_1\neq 1$，且 $x_2\neq 1$，

∴$-a=\dfrac{(x_1-2)e^{x_1}}{(x_1-1)^2}=\dfrac{(x_2-2)e^{x_2}}{(x_2-1)^2}$，

令 $g(x)=\dfrac{(x-2)e^{x}}{(x-1)^2}$，则 $g(x_1)=g(x_2)=-a$，

∵$g'(x)=\dfrac{[(x-2)^2+1]e^{x}}{(x-1)^3}$，

∴当 $x<1$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；

设 $m>0$，则 $g(1+m)-g(1-m)=\dfrac{m-1}{m^2}e^{1+m}-\dfrac{-m-1}{m^2}e^{1-m}=\dfrac{m+1}{m^2}e^{1-m}\left(\dfrac{m-1}{m+1}e^{2m}+1\right)$

，

设 $h(m)=\dfrac{m-1}{m+1}e^{2m}+1$，$m>0$，

则 $h'(m)=\dfrac{2m^2}{(m+1)^2}e^{2m}>0$ 恒成立，

即 $h(m)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，

$h(m)>h(0)=0$ 恒成立，

即 $g(1+m)>g(1-m)$ 恒成立，

令 $m=1-x_1>0$，

则 $g(1+1-x_1)>g(1-1+x_1)\Leftrightarrow g(2-x_1)>g(x_1)=g(x_2)\Leftrightarrow 2-x_1>x_2$，

即 $x_1+x_2<2$．

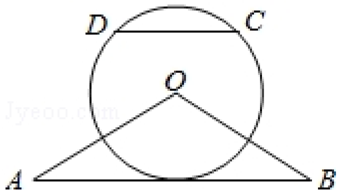
【点评】本题考查的知识点是利用导数研究函数的极值，函数的零点，分类讨论思想，难度较大．

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，△OAB 是等腰三角形，∠AOB=120°．以 O 为圆心，$\frac{1}{2}$OA 为半径作圆．

（Ⅰ）证明：直线 AB 与⊙O 相切；

（Ⅱ）点 C，D 在⊙O 上，且 A，B，C，D 四点共圆，证明：AB∥CD．



【考点】N9：圆的切线的判定定理的证明．

【专题】14：证明题；35：转化思想；49：综合法；5M：推理和证明．

【分析】（Ⅰ）设 K 为 AB 中点，连结 OK．根据等腰三角形 AOB 的性质知 OK⊥AB，∠A=30°，OK=OAsin30°=$\frac{1}{2}$OA，则 AB 是圆 O 的切线．

（Ⅱ）设圆心为 T，证明 OT 为 AB 的中垂线，OT 为 CD 的中垂线，即可证明结论．

【解答】证明：（Ⅰ）设 K 为 AB 中点，连结 OK，

∵OA=OB，∠AOB=120°，

∴OK⊥AB，∠A=30°，OK=OAsin30°=$\frac{1}{2}$OA，

∴直线 AB 与⊙O 相切；

（Ⅱ）因为 OA=2OD，所以 O 不是 A，B，C，D 四点所在圆的圆心．设 T 是 A，B，C，D 四点所在圆的圆心．

∵OA=OB，TA=TB，

∴OT 为 AB 的中垂线，

同理，OC=OD，TC=TD，

∴OT 为 CD 的中垂线，

∴AB∥CD．

【点评】本题考查了切线的判定，考查四点共圆，考查学生分析解决问题的能力．解答此题时，充分利用了等腰三角形“三合一”的性质．

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=a\cos t\\y=1+a\sin t\end{cases}$（t 为参数，a＞0）．在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2：$\rho=4\cos\theta$．

（Ⅰ）说明 C_1 是哪种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程；

（Ⅱ）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QE：参数方程的概念．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4A：数学模型法；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）把曲线 C_1 的参数方程变形，然后两边平方作和即可得到普通方程，可知曲线 C_1 是圆，化为一般式，结合 $x^2+y^2=\rho^2$，$y=\rho\sin\theta$ 化为极坐标方程；

（Ⅱ）化曲线 C_2、C_3 的极坐标方程为直角坐标方程，由条件可知 y=x 为圆 C_1 与 C_2 的公共弦所在直线方程，把 C_1 与 C_2 的方程作差，结合公共弦所在直线方程为 y=2x 可得 $1-a^2=0$，则 a 值可求．

【解答】解：（Ⅰ）由$\begin{cases}x=a\cos t\\y=1+a\sin t\end{cases}$，得$\begin{cases}x=a\cos t\\y-1=a\sin t\end{cases}$，两式平方相加得，$x^2+(y-1)^2=a^2$．

∴C_1 为以（0，1）为圆心，以 a 为半径的圆．

化为一般式：$x^2+y^2-2y+1-a^2=0$．①

由 $x^2+y^2=\rho^2$，$y=\rho\sin\theta$，得 $\rho^2-2\rho\sin\theta+1-a^2=0$；

（Ⅱ）C_2：$\rho=4\cos\theta$，两边同时乘 ρ 得 $\rho^2=4\rho\cos\theta$，

∴$x^2+y^2=4x$，②

即（x－ 2）$^2+y^2=4$.

由 C_3：$\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，得 $y=2x$，

∵曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，

∴$y=2x$ 为圆 C_1 与 C_2 的公共弦所在直线方程，

①－ ②得：$4x-2y+1-a^2=0$，即为 C_3，

∴$1-a^2=0$，

∴$a=1$（$a>0$）.

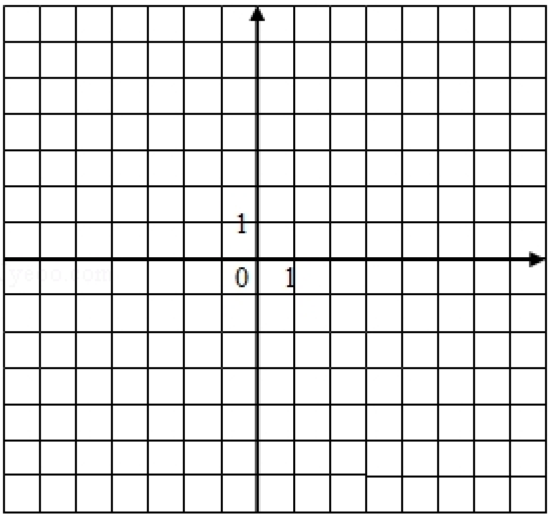
【点评】本题考查参数方程即简单曲线的极坐标方程，考查了极坐标与直角坐标的互化，训练了两圆公共弦所在直线方程的求法，是基础题.

[选修 4-5：不等式选讲]

24．已知函数 $f(x)=|x+1|-|2x-3|$.

（Ⅰ）在图中画出 $y=f(x)$ 的图象；

（Ⅱ）求不等式 $|f(x)|>1$ 的解集.



【考点】&2：带绝对值的函数；3A：函数的图象与图象的变换.

【专题】35：转化思想；48：分析法；59：不等式的解法及应用.

【分析】（Ⅰ）运用分段函数的形式写出 f（x）的解析式，由分段函数的画法，

即可得到所求图象；

（Ⅱ）分别讨论当 $x\leqslant -1$ 时，当 $-1<x<\frac{3}{2}$时，当 $x\geqslant\frac{3}{2}$时，解绝对值不等式，取交集，最后求并集即可得到所求解集．

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=\begin{cases}x-4, & x\leqslant -1\\ 3x-2, & -1<x<\frac{3}{2}\\ 4-x, & x\geqslant\frac{3}{2}\end{cases}$，

由分段函数的图象画法，可得 f（x）的图象，如右：

（Ⅱ）由$|f(x)|>1$，可得

当 $x\leqslant -1$ 时，$|x-4|>1$，解得 $x>5$ 或 $x<3$，即有 $x\leqslant -1$；

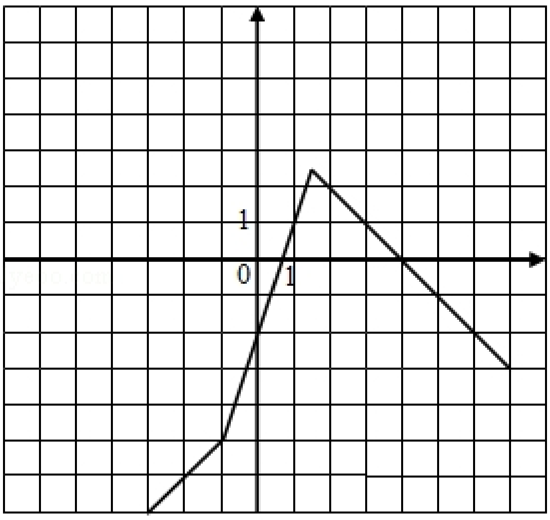
当$-1<x<\frac{3}{2}$时，$|3x-2|>1$，解得 $x>1$ 或 $x<\frac{1}{3}$，

即有$-1<x<\frac{1}{3}$或 $1<x<\frac{3}{2}$；

当 $x\geqslant\frac{3}{2}$时，$|4-x|>1$，解得 $x>5$ 或 $x<3$，即有 $x>5$ 或$\frac{3}{2}\leqslant x<3$．

综上可得，$x<\frac{1}{3}$或 $1<x<3$ 或 $x>5$．

则$|f(x)|>1$ 的解集为$(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,3)\cup(5,+\infty)$．



【点评】本题考查绝对值函数的图象和不等式的解法，注意运用分段函数的图象的画法和分类讨论思想方法，考查运算能力，属于基础题．