2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

1．（5分）设集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x|x^2-3x+2\leqslant 0\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{1\}$　　B．$\{2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{1,2\}$

2．（5分）设复数 z_1，z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称，$z_1=2+i$，则 $z_1z_2=$（　　）

A．-5　　B．5　　C．$-4+i$　　D．$-4-i$

3．（5分）设向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$，则 $\vec{a}\bullet\vec{b}=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．5

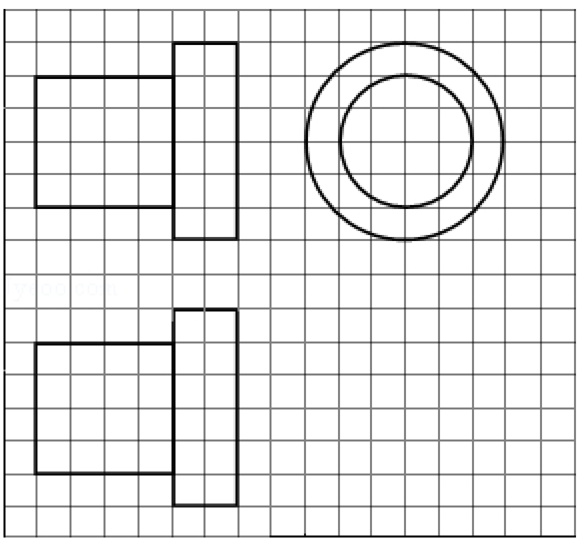
4．（5分）钝角三角形ABC的面积是 $\frac{1}{2}$，$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，则 $AC=$（　　）

A．5　　B．$\sqrt{5}$　　C．2　　D．1

5．（5分）某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是0.75，连续两天为优良的概率是0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是（　　）

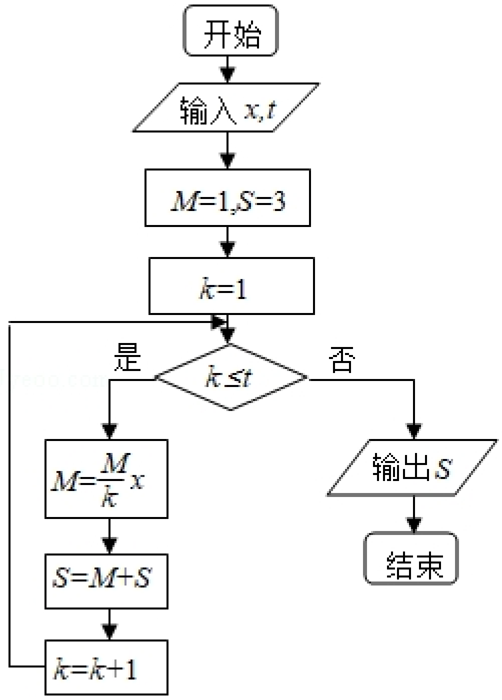
A．0.8　　B．0.75　　C．0.6　　D．0.45

6．（5分）如图，网格纸上正方形小格的边长为1（表示1cm），图中粗线画出的是某零件的三视图，该零件由一个底面半径为3cm，高为6cm的圆柱体毛坯切削得到，则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为（　　）



A. $\frac{17}{27}$　　B. $\frac{5}{9}$　　C. $\frac{10}{27}$　　D. $\frac{1}{3}$

7．（5 分）执行如图所示的程序框图，若输入的 x，t 均为 2，则输出的 S=（　　）



A．4　　B．5　　C．6　　D．7

8．（5 分）设曲线 y=ax﹣ ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为 y=2x，则 a=（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

9．（5 分）设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-7\leqslant 0\\ x-3y+1\leqslant 0\\ 3x-y-5\geqslant 0\end{cases}$，则 z=2x﹣ y 的最大值为（　　）

A．10　　B．8　　C．3　　D．2

10．（5 分）设 F 为抛物线 C：$y^2=3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30°的直线交 C 于 A，B 两点，O 为坐标原点，则△OAB 的面积为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$　　C. $\frac{63}{32}$　　D. $\frac{9}{4}$

11．（5 分）直三棱柱 ABC﹣ $A_1B_1C_1$ 中，∠BCA=90°，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，BC=CA=CC_1，则 BM 与 AN 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12．（5 分）设函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{m}$，若存在 $f(x)$ 的极值点 x_0 满足 $x_0^2+[f(x_0)]^2<m^2$，则 m 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-6)\cup(6,+\infty)$　　B．$(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$

C．$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.（第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求作答）

13．（5 分）$(x+a)^{10}$ 的展开式中，x^7 的系数为 15，则 a=_______.

14．（5 分）函数 $f(x)=\sin(x+2\phi)-2\sin\phi\cos(x+\phi)$ 的最大值为_______.

15．（5 分）已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(2)=0$，若 $f(x-1)>0$，则 x 的取值范围是_______.

16．（5 分）设点 $M(x_0,1)$，若在圆 $O：x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得 $\angle OMN=45°$，则 x_0 的取值范围是_______.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤.

17．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+1$.

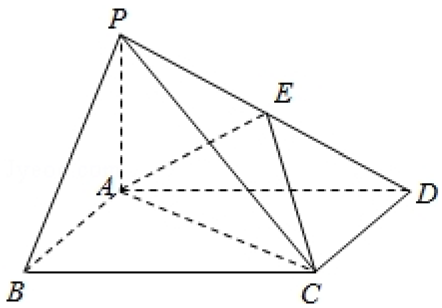
（Ⅰ）证明 $\{a_n+\frac{1}{2}\}$ 是等比数列，并求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）证明：$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

18．（12 分）如图，四棱锥 P﹣ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PA⊥平面 ABCD，E 为 PD 的中点．

（Ⅰ）证明：PB∥平面 AEC；

（Ⅱ）设二面角 D﹣AE﹣C 为 60°，AP=1，AD=$\sqrt{3}$，求三棱锥 E﹣ACD 的体积．



19．（12 分）某地区 2007 年至 2013 年农村居民家庭人均纯收入 y（单位：千元）的数据如表：

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号 t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入 y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

（Ⅰ）求 y 关于 t 的线性回归方程；

（Ⅱ）利用（Ⅰ）中的回归方程，分析 2007 年至 2013 年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况，并预测该地区 2015 年农村居民家庭人均纯收入．

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$．

20．（12 分）设 F_1，F_2 分别是 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左，右焦点，M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直，直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N．

（1）若直线 MN 的斜率为$\frac{3}{4}$，求 C 的离心率；

（2）若直线 MN 在 y 轴上的截距为 2，且$|MN|=5|F_1N|$，求 a，b．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-2x$．

（Ⅰ）讨论 f（x）的单调性；

（Ⅱ）设 $g(x)=f(2x)-4bf(x)$，当 x＞0 时，g（x）＞0，求 b 的最大值；

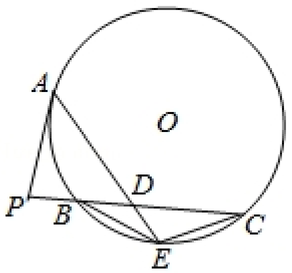
（Ⅲ）已知 $1.4142<\sqrt{2}<1.4143$，估计 ln2 的近似值（精确到 0.001）．

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.【选修 4-1：几何证明选讲】

22．（10 分）如图，P 是⊙O 外一点，PA 是切线，A 为切点，割线 PBC 与⊙O 相交于点 B，C，PC=2PA，D 为 PC 的中点，AD 的延长线交⊙O 于点 E，证明:

（Ⅰ）BE=EC；

（Ⅱ）AD•DE=2PB^2.



【选修 4-4：坐标系与参数方程】

23．在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 ρ=2cosθ，θ∈[0，$\frac{\pi}{2}$]

（Ⅰ）求 C 的参数方程；

（Ⅱ）设点 D 在半圆 C 上，半圆 C 在 D 处的切线与直线 l：y=$\sqrt{3}$x+2 垂直，根据（1）中你得到的参数方程，求直线 CD 的倾斜角及 D 的坐标.

六、解答题（共 1 小题，满分 0 分）

24．设函数 $f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|$（$a>0$）．

（Ⅰ）证明：$f(x)\geqslant 2$；

（Ⅱ）若 $f(3)<5$，求 a 的取值范围．

2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

1．（5分）设集合M={0，1，2}，N={x|$x^2-3x+2\leqslant 0$}，则M∩N=（　　）

A．{1}　　B．{2}　　C．{0，1}　　D．{1，2}

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】5J：集合.

【分析】求出集合N的元素，利用集合的基本运算即可得到结论.

【解答】解：∵N={x|$x^2-3x+2\leqslant 0$}={x|（x－1）（x－2）≤0}={x|1≤x≤2}，

∴M∩N={1，2}，

故选：D.

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础.

2．（5分）设复数z_1，z_2在复平面内的对应点关于虚轴对称，$z_1=2+i$，则$z_1z_2=$（　　）

A．－5　　B．5　　C．－4+i　　D．－4－i

【考点】A5：复数的运算.

【专题】5N：数系的扩充和复数.

【分析】根据复数的几何意义求出z_2，即可得到结论.

【解答】解：$z_1=2+i$对应的点的坐标为（2，1），

∵复数z_1，z_2在复平面内的对应点关于虚轴对称，

∴（2，1）关于虚轴对称的点的坐标为（－2，1），

则对应的复数，$z_2=-2+i$，

则 $z_1z_2=(2+i)(-2+i)=i^2-4=-1-4=-5$，

故选：A．

【点评】本题主要考查复数的基本运算，利用复数的几何意义是解决本题的关键，比较基础．

3．（5 分）设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$，则$\vec{a}\bullet\vec{b}=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．5

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】5A：平面向量及应用．

【分析】将等式进行平方，相加即可得到结论．

【解答】解：∵$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$，

∴分别平方得$\vec{a}^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2=10$，$\vec{a}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2=6$，

两式相减得 $4\vec{a}\bullet\vec{b}=10-6=4$，

即$\vec{a}\bullet\vec{b}=1$，

故选：A．

【点评】本题主要考查向量的基本运算，利用平方进行相加是解决本题的关键，比较基础．

4．（5 分）钝角三角形 ABC 的面积是$\frac{1}{2}$，AB=1，BC=$\sqrt{2}$，则 AC=（　　）

A．5　　B．$\sqrt{5}$　　C．2　　D．1

【考点】HR：余弦定理．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】利用三角形面积公式列出关系式，将已知面积，AB，BC 的值代入求出 sinB 的值，分两种情况考虑：当 B 为钝角时；当 B 为锐角时，利用同角三角函数间的基本关系求出 cosB 的值，利用余弦定理求出 AC 的值即可．

【解答】解：∵钝角三角形 ABC 的面积是$\frac{1}{2}$，AB=c=1，BC=a=$\sqrt{2}$，

∴S=$\frac{1}{2}$acsinB=$\frac{1}{2}$，即 sinB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当 B 为钝角时，cosB=－ $\sqrt{1-\sin^2B}$=－ $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

利用余弦定理得：$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=1+2+2=5$，即 AC=$\sqrt{5}$，

当 B 为锐角时，cosB=$\sqrt{1-\sin^2B}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

利用余弦定理得：$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=1+2-2=1$，即 AC=1，

此时 $AB^2+AC^2=BC^2$，即△ABC 为直角三角形，不合题意，舍去，

则 AC=$\sqrt{5}$.

故选：B.

【点评】此题考查了余弦定理，三角形面积公式，以及同角三角函数间的基本关系，熟练掌握余弦定理是解本题的关键.

5．（5 分）某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是 0.75，连续两天为优良的概率是 0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是（　　）

A．0.8　　B．0.75　　C．0.6　　D．0.45

【考点】C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】设随后一天的空气质量为优良的概率为 p，则由题意可得 0.75×p=0.6，由此解得 p 的值.

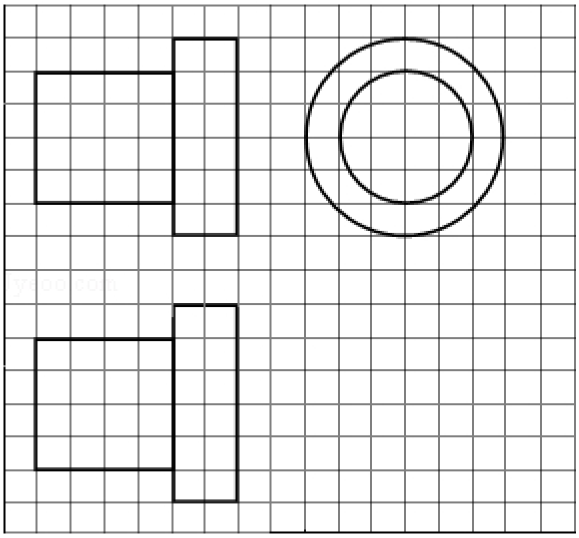
【解答】解：设随后一天的空气质量为优良的概率为 p，则由题意可得 0.75×p=0.6，

解得 p=0.8，

故选：A.

【点评】本题主要考查相互独立事件的概率乘法公式的应用，属于基础题.

6．（5 分）如图，网格纸上正方形小格的边长为 1（表示 1cm），图中粗线画出的是某零件的三视图，该零件由一个底面半径为 3cm，高为 6cm 的圆柱体毛坯切削得到，则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为（　　）



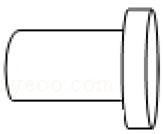
A．$\frac{17}{27}$　　B．$\frac{5}{9}$　　C．$\frac{10}{27}$　　D．$\frac{1}{3}$

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图判断几何体的形状，通过三视图的数据求解几何体的体积即可．

【解答】解：几何体是由两个圆柱组成，一个是底面半径为 3 高为 2，一个是底面半径为 2，高为 4，



组合体体积是：$3^2\pi\bullet2+2^2\pi\bullet4=34\pi$．

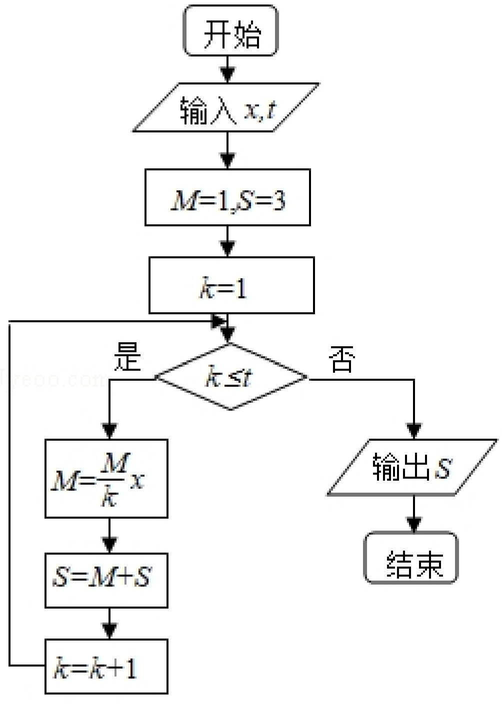
底面半径为 3cm，高为 6cm 的圆柱体毛坯的体积为：$3^2\pi\times6=54\pi$

切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为：$\frac{54\pi-34\pi}{54\pi}=\frac{10}{27}$．

故选：C．

【点评】本题考查三视图与几何体的关系，几何体的体积的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

7．（5 分）执行如图所示的程序框图，若输入的 x，t 均为 2，则输出的 S=（　　）



A．4　　　　B．5　　　　C．6　　　　D．7

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】根据条件，依次运行程序，即可得到结论．

【解答】解：若 x=t=2，

则第一次循环，1≤2 成立，则 M=$\frac{1}{1}\times 2=2$，S=2+3=5，k=2，

第二次循环，2≤2 成立，则 M=$\frac{2}{2}\times 2=2$，S=2+5=7，k=3，

此时 3≤2 不成立，输出 S=7，

故选：D．

【点评】本题主要考查程序框图的识别和判断，比较基础．

8．（5 分）设曲线 y=ax﹣ ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为 y=2x，则 a=（　　）

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】52：导数的概念及应用．

【分析】根据导数的几何意义，即 $f'(x_0)$ 表示曲线 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线斜率，再代入计算．

【解答】解：$y'=a-\frac{1}{x+1}$，

∴$y'(0)=a-1=2$，

∴$a=3$．

故选：D．

【点评】本题是基础题，考查的是导数的几何意义，这个知识点在高考中是经常考查的内容，一般只要求导正确，就能够求解该题．在高考中，导数作为一个非常好的研究工具，经常会被考查到，特别是用导数研究最值，证明不等式，研究零点问题等等经常以大题的形式出现，学生在复习时要引起重视．

9．（5 分）设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-7\leqslant 0\\ x-3y+1\leqslant 0\\ 3x-y-5\geqslant 0\end{cases}$，则 $z=2x-y$ 的最大值为（　　）

A．10　　B．8　　C．3　　D．2

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合确定 z 的最大值．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分 ABC）．

由 $z=2x-y$ 得 $y=2x-z$，

平移直线 $y=2x-z$，

由图象可知当直线 $y=2x-z$ 经过点 C 时，直线 $y=2x-z$ 的截距最小，

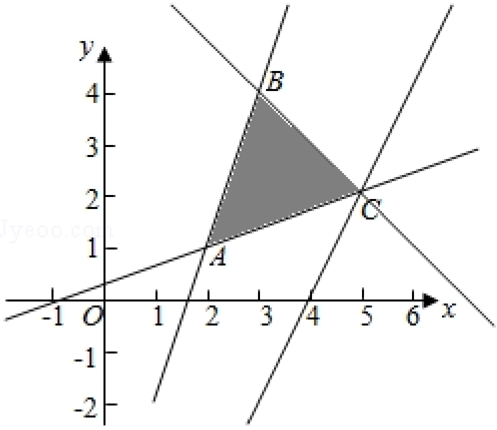
此时 z 最大．

由$\begin{cases}x+y-7=0\\x-3y+1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$，即 C（5，2）

代入目标函数 z=2x﹣ y，

得 z=2×5﹣ 2=8．

故选：B．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，结合目标函数的几何意义，利用数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法．

10．（5 分）设 F 为抛物线 C：$y^2=3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30°的直线交 C 于 A，B 两点，O 为坐标原点，则△OAB 的面积为（　　）

A．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{9\sqrt{3}}{8}$　　C．$\frac{63}{32}$　　D．$\frac{9}{4}$

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由抛物线方程求出焦点坐标，由直线的倾斜角求出斜率，写出过 A，B 两点的直线方程，和抛物线方程联立后化为关于 y 的一元二次方程，由根与系数关系得到 A，B 两点纵坐标的和与积，把△OAB 的面积表示为两个小三角形 AOF 与 BOF 的面积和得答案．

【解答】解：由 $y^2=2px$，得 2p=3，p=$\frac{3}{2}$，

则 F（$\frac{3}{4}$，0）．

∴过 A，B 的直线方程为 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$（x﹣ $\frac{3}{4}$），

即 $x=\sqrt{3}y+\frac{3}{4}$.

联立 $\begin{cases}y^2=3x\\ x=\sqrt{3}y+\frac{3}{4}\end{cases}$，得 $4y^2-12\sqrt{3}y-9=0$.

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

则 $y_1+y_2=3\sqrt{3}$，$y_1y_2=-\frac{9}{4}$.

∴$S_{\triangle OAB}=S_{\triangle OAF}+S_{\triangle OFB}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}|y_1-y_2|=\frac{3}{8}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{3}{8}\times\sqrt{(3\sqrt{3})^2+9}=\frac{9}{4}$.

故选：D.

【点评】本题考查直线与抛物线的位置关系，考查数学转化思想方法，涉及直线和圆锥曲线关系问题，常采用联立直线和圆锥曲线，然后利用一元二次方程的根与系数关系解题，是中档题.

11．（5 分）直三棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 中，∠BCA=90°，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，$BC=CA=CC_1$，则 BM 与 AN 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{10}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{30}}{10}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角.

【专题】5F：空间位置关系与距离.

【分析】画出图形，找出 BM 与 AN 所成角的平面角，利用解三角形求出 BM 与 AN 所成角的余弦值.

【解答】解：直三棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 中，∠BCA=90°，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，如图：BC 的中点为 O，连结 ON，

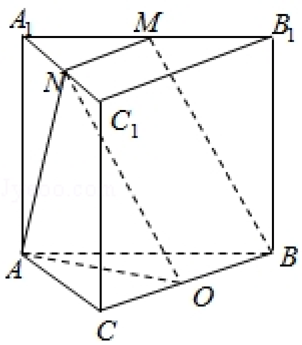
$MN\overset{\text{//}}{=}\frac{1}{2}B_1C_1=OB$，则 MN0B 是平行四边形，BM 与 AN 所成角就是∠ANO，

∵$BC=CA=CC_1$，

设 $BC=CA=CC_1=2$，∴CO=1，$AO=\sqrt{5}$，$AN=\sqrt{5}$，$MB=\sqrt{B_1M^2+BB_1^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$，

在△ANO 中，由余弦定理可得：$\cos\angle ANO=\frac{AN^2+NO^2-AO^2}{2AN\cdot NO}=\frac{6}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.

故选：C.



【点评】本题考查异面直线对称角的求法，作出异面直线所成角的平面角是解题的关键，同时考查余弦定理的应用.

12．（5 分）设函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{m}$，若存在 f（x）的极值点 x_0 满足 $x_0^2+[f(x_0)]^2<m^2$，则 m 的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，﹣6）∪（6，+∞）　　B．（﹣∞，﹣4）∪（4，+∞）

C．（﹣∞，﹣2）∪（2，+∞）　　D．（﹣∞，﹣1）∪（1，+∞）

【考点】H4：正弦函数的定义域和值域.

【专题】57：三角函数的图像与性质.

【分析】由题意可得，$f(x_0)=\pm\sqrt{3}$，且 $\frac{\pi x_0}{m}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈Z，再由题意可得当 m^2 最小时，$|x_0|$ 最小，而 $|x_0|$ 最小为 $\frac{1}{2}|m|$，可得 $m^2>\frac{1}{4}m^2+3$，由此求得 m 的取值范围.

【解答】解：由题意可得，$f(x_0)=\pm\sqrt{3}$，即 $\frac{\pi x_0}{m}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，即 $x_0=\frac{2k+1}{2}m$.

再由 $x_0^2+[f(x_0)]^2<m^2$，即 $x_0^2+3<m^2$，可得当 m^2 最小时，$|x_0|$ 最小，而 $|x_0|$ 最小为 $\frac{1}{2}|m|$，

$\therefore m^2>\frac{1}{4}m^2+3$，$\therefore m^2>4$.

求得 $m>2$，或 $m<-2$，

故选：C.

【点评】本题主要正弦函数的图象和性质，函数的零点的定义，体现了转化的数学思想，属于中档题.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.（第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求作答）

13．（5 分）$(x+a)^{10}$的展开式中，x^7的系数为 15，则 a=__$\frac{1}{2}$__.

【考点】DA：二项式定理.

【专题】5P：二项式定理.

【分析】在二项展开式的通项公式中，令 x 的幂指数等于 3，求出 r 的值，即可求得 x^7的系数，再根据 x^7的系数为 15，求得 a 的值.

【解答】解：$(x+a)^{10}$的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^{r}\bullet x^{10-r}\bullet a^r$，

令 $10-r=7$，求得 $r=3$，可得 x^7的系数为 $a^3\bullet C_{10}^{3}=120a^3=15$，

$\therefore a=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点评】本题主要考查二项式定理的应用，二项展开式的通项公式，求展开式中某项的系数，二项式系数的性质，属于中档题.

14．（5 分）函数 $f(x)=\sin(x+2\phi)-2\sin\phi\cos(x+\phi)$的最大值为__1__.

【考点】GP：两角和与差的三角函数；HW：三角函数的最值.

【专题】56：三角函数的求值.

【分析】由条件利用两角和差的正弦公式、余弦公式化简函数的解析式为 $f(x)=\sin x$，从而求得函数的最大值.

【解答】解：函数 $f(x)=\sin(x+2\phi)-2\sin\phi\cos(x+\phi)=\sin[(x+\phi)+\phi]-2\sin\phi\cos(x+\phi)$

$=\sin(x+\phi)\cos\phi+\cos(x+\phi)\sin\phi-2\sin\phi\cos(x+\phi)=\sin(x+\phi)\cos\phi-\cos(x+\phi)\sin\phi$

$=\sin[(x+\phi)-\phi]=\sin x$，

故函数 $f(x)$ 的最大值为 1，

故答案为：1．

【点评】本题主要考查两角和差的正弦公式、余弦公式的应用，正弦函数的最值，属于中档题．

15．（5 分）已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(2)=0$，若 $f(x-1)>0$，则 x 的取值范围是___$(-1,3)$___．

【考点】3N：奇偶性与单调性的综合．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数奇偶性和单调性之间的关系将不等式等价转化为 $f(|x-1|)>f(2)$，即可得到结论．

【解答】解：∵偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(2)=0$，

∴不等式 $f(x-1)>0$ 等价为 $f(x-1)>f(2)$，

即 $f(|x-1|)>f(2)$，

∴$|x-1|<2$，

解得 $-1<x<3$，

故答案为：$(-1,3)$

【点评】本题主要考查函数奇偶性和单调性之间的关系的应用，将不等式等价转化为 $f(|x-1|)>f(2)$ 是解决本题的关键．

16．（5 分）设点 M（x_0，1），若在圆 O：$x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得∠OMN=45°，则 x_0 的取值范围是__［﹣1，1］__．

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】根据直线和圆的位置关系，画出图形，利用数形结合即可得到结论．

【解答】解：由题意画出图形如图：点 M（x_0，1），

要使圆 O：$x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得∠OMN=45°，

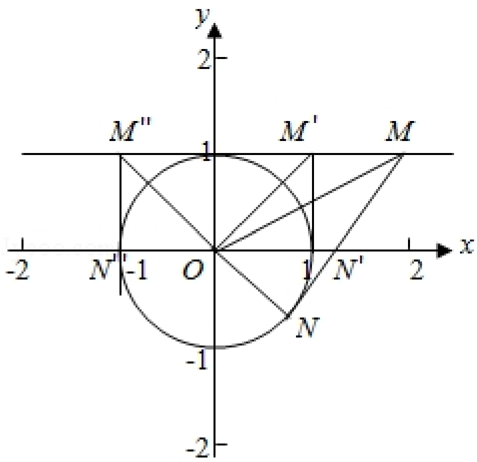
则∠OMN 的最大值大于或等于 45°时一定存在点 N，使得∠OMN=45°，

而当 MN 与圆相切时∠OMN 取得最大值，

此时 MN=1，

图中只有 M′到 M″之间的区域满足 MN≤1，

∴x_0 的取值范围是[﹣1，1]．



【点评】本题考查直线与圆的位置关系，直线与直线设出角的求法，数形结合是快速解得本题的策略之一．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤．

17．（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+1$．

（Ⅰ）证明$\{a_n+\frac{1}{2}\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）证明：$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

【考点】87：等比数列的性质；8E：数列的求和.

【专题】14：证明题；54：等差数列与等比数列.

【分析】（Ⅰ）根据等比数列的定义，后一项与前一项的比是常数，即$\frac{b_{n+1}}{b_n}$=常数，又首项不为0，所以为等比数列；

再根据等比数列的通项化式，求出$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）将$\frac{1}{a_n}$进行放大，即将分母缩小，使得构成一个等比数列，从而求和，证明不等式.

【解答】证明（Ⅰ）$\frac{a_{n+1}+\frac{1}{2}}{a_n+\frac{1}{2}}=\frac{3a_n+1+\frac{1}{2}}{a_n+\frac{1}{2}}=\frac{3(a_n+\frac{1}{2})}{a_n+\frac{1}{2}}=3$，

∵$a_1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\neq0$，

∴数列$\{a_n+\frac{1}{2}\}$是以首项为$\frac{3}{2}$，公比为3的等比数列；

∴$a_n+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\times3^{n-1}=\frac{3^n}{2}$，即$a_n=\frac{3^n-1}{2}$；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$\frac{1}{a_n}=\frac{2}{3^n-1}$，

当n≥2时，∵$3^n-1>3^n-3^{n-1}$，∴$\frac{1}{a_n}=\frac{2}{3^n-1}<\frac{2}{3^n-3^{n-1}}=\frac{1}{3^{n-1}}$，

∴当n=1时，$\frac{1}{a_1}=1<\frac{3}{2}$成立，

当n≥2时，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{3^{n-1}}=\frac{1-(\frac{1}{3})^n}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n})<\frac{3}{2}$.

∴对$n\in N_+$时，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查的是等比数列，用放缩法证明不等式，证明数列为等比数列，只需要根据等比数列的定义就行；数列与不等式常结合在一起考，放缩法是常用的方法之一，

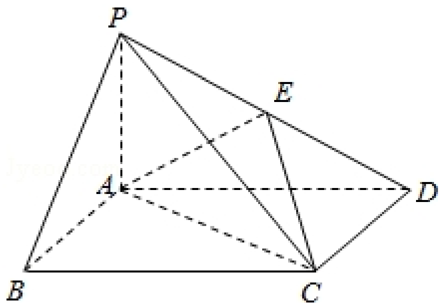
通过放大或缩小，使原数列变成一个等比数列，或可以用裂项相消法求和的新

数列．属于中档题．

18．（12 分）如图，四棱锥 P－ ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PA⊥平面 ABCD，E 为 PD 的中点．

（Ⅰ）证明：PB∥平面 AEC；

（Ⅱ）设二面角 D－ AE－ C 为 60°，AP=1，AD=$\sqrt{3}$，求三棱锥 E－ ACD 的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LS：直线与平面平行；MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）连接 BD 交 AC 于 O 点，连接 EO，只要证明 EO∥PB，即可证明 PB∥平面 AEC；

（Ⅱ）延长 AE 至 M 连结 DM，使得 AM⊥DM，说明∠CMD=60°，是二面角的平面角，求出 CD，即可三棱锥 E－ ACD 的体积．

【解答】（Ⅰ）证明：连接 BD 交 AC 于 O 点，连接 EO，

∵O 为 BD 中点，E 为 PD 中点，

∴EO∥PB，（2 分）

EO⊂平面 AEC，PB⊄平面 AEC，所以 PB∥平面 AEC；（6 分）

（Ⅱ）解：延长 AE 至 M 连结 DM，使得 AM⊥DM，

∵四棱锥 P－ ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PA⊥平面 ABCD，

∴CD⊥平面 AMD，

∴CD⊥MD．

∵二面角 D－ AE－ C 为 60°，

∴∠CMD=60°，

∵AP=1，AD=$\sqrt{3}$，∠ADP=30°，

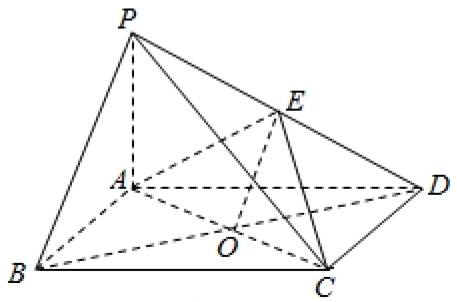
∴PD=2，

E为PD的中点．AE=1，

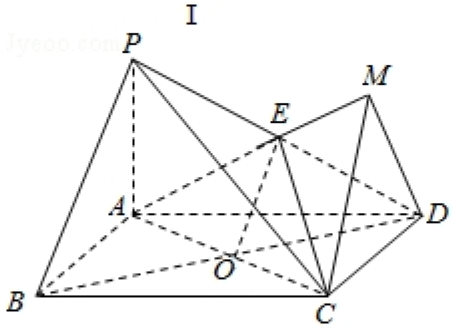
∴DM=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

CD=$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\tan60°=\frac{3}{2}$．

三棱锥E﹣ACD的体积为：$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AD\bullet CD\bullet\frac{1}{2}PA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{\sqrt{3}}{8}$．



I



II

【点评】本题考查直线与平面平行的判定，几何体的体积的求法，二面角等指数的应用，考查逻辑思维能力，是中档题．

19．（12分）某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入y（单位：千元）的数据如表：

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

（Ⅰ）求y关于t的线性回归方程；

（Ⅱ）利用（Ⅰ）中的回归方程，分析2007年至2013年该地区农村居民家庭

人均纯收入的变化情况，并预测该地区 2015 年农村居民家庭人均纯收入．

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$

，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{t}$．

【考点】BK：线性回归方程．

【专题】11：计算题；5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据所给的数据，利用最小二乘法可得横标和纵标的平均数，横标和纵标的积的和，与横标的平方和，代入公式求出 b 的值，再求出 a 的值，写出线性回归方程．

（Ⅱ）根据上一问做出的线性回归方程，代入所给的 t 的值，预测该地区 2015 年农村居民家庭人均纯收入，这是一个估计值．

【解答】解：（Ⅰ）由题意，$\overline{t}=\frac{1}{7}\times$（1+2+3+4+5+6+7）=4，

$\overline{y}=\frac{1}{7}\times$（2.9+3.3+3.6+4.4+4.8+5.2+5.9）=4.3，

∴ $\hat{b}=\frac{(-3)\times(-1.4)+(-2)\times(-1)+(-1)\times(-0.7)+0\times0.1+1\times0.5+2\times0.9+3\times1.}{9+4+1+0+1+4+9}=$

$\frac{14}{28}$=0.5，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{t}$=4.3﹣0.5×4=2.3．

∴y 关于 t 的线性回归方程为 $\hat{y}$=0.5t+2.3；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，b=0.5＞0，故 2007 年至 2013 年该地区农村居民家庭人均纯收入逐年增加，平均每年增加 0.5 千元．

将 2015 年的年份代号 t=9 代入 $\hat{y}$=0.5t+2.3，得：

$\hat{y}$=0.5×9+2.3=6.8，

故预测该地区 2015 年农村居民家庭人均纯收入为 6.8 千元．

【点评】本题考查线性回归分析的应用，本题解题的关键是利用最小二乘法认真做出线性回归方程的系数，这是整个题目做对的必备条件，本题是一个基础题．

20．（12 分）设 F_1，F_2 分别是 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左，右焦点，M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直，直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N．

（1）若直线 MN 的斜率为$\frac{3}{4}$，求 C 的离心率；

（2）若直线 MN 在 y 轴上的截距为 2，且$|MN|=5|F_1N|$，求 a，b．

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】5E：圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）根据条件求出 M 的坐标，利用直线 MN 的斜率为$\frac{3}{4}$，建立关于 a，c 的方程即可求 C 的离心率；

（2）根据直线 MN 在 y 轴上的截距为 2，以及$|MN|=5|F_1N|$，建立方程组关系，求出 N 的坐标，代入椭圆方程即可得到结论．

【解答】解：（1）∵M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直，

∴M 的横坐标为 c，当 x=c 时，$y=\frac{b^2}{a}$，即 M（c，$\frac{b^2}{a}$），

若直线 MN 的斜率为$\frac{3}{4}$，

即 $\tan\angle MF_1F_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{2c}=\frac{b^2}{2ac}=\frac{3}{4}$，

即 $b^2=\frac{3}{2}ac=a^2-c^2$，

即 $c^2+\frac{3}{2}ac-a^2=0$，

则 $e^2+\frac{3}{2}e-1=0$，

即 $2e^2+3e-2=0$

解得 $e=\frac{1}{2}$或 $e=-2$（舍去），

即 $e=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）由题意，原点 O 是 F_1F_2 的中点，则直线 MF_1 与 y 轴的交点 D（0，2）是线段 MF_1 的中点，

设 M（c，y），（y＞0），

则$\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，即 $y^2=\frac{b^4}{a^2}$，解得 $y=\frac{b^2}{a}$，

∵OD 是△MF_1F_2 的中位线，

∴$\frac{b^2}{a}=4$，即 $b^2=4a$，

由|MN|=5|F_1N|，

则|MF_1|=4|F_1N|，

解得|DF_1|=2|F_1N|，

即$\overrightarrow{DF_1}=2\overrightarrow{F_1N}$

设 N（x_1，y_1），由题意知 $y_1<0$，

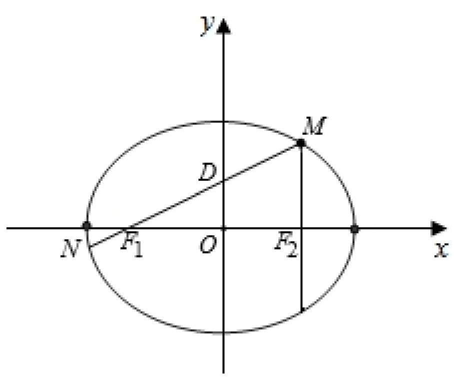
则（﹣c，﹣2）=2（x_1+c，y_1）.

即$\begin{cases}2(x_1+c)=-c\\2y_1=-2\end{cases}$，即$\begin{cases}x_1=-\frac{3}{2}c\\y_1=-1\end{cases}$

代入椭圆方程得$\frac{9c^2}{4a^2}+\frac{1}{b^2}=1$，

将 $b^2=4a$ 代入得$\frac{9(a^2-4a)}{4a^2}+\frac{1}{4a}=1$，

解得 a=7，$b=2\sqrt{7}$.



【点评】本题主要考查椭圆的性质，利用条件建立方程组，利用待定系数法是解决本题的关键，综合性较强，运算量较大，有一定的难度．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-2x$．

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）设 $g(x)=f(2x)-4bf(x)$，当 $x>0$ 时，$g(x)>0$，求 b 的最大值；

（Ⅲ）已知 $1.4142<\sqrt{2}<1.4143$，估计 ln2 的近似值（精确到 0.001）．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】16：压轴题；53：导数的综合应用．

【分析】对第（Ⅰ）问，直接求导后，利用基本不等式可达到目的；

对第（Ⅱ）问，先验证 $g(0)=0$，只需说明 $g(x)$ 在[0+∞）上为增函数即可，从而问题转化为"判断 $g'(x)>0$ 是否成立"的问题；

对第（Ⅲ）问，根据第（Ⅱ）问的结论，设法利用$\sqrt{2}$的近似值，并寻求 ln2，于是在 b=2 及 b>2 的情况下分别计算$g(\ln\sqrt{2})$，最后可估计 ln2 的近似值．

【解答】解：（Ⅰ）由 $f(x)$ 得 $f'(x)=e^x+e^{-x}-2\geqslant 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}-2=0$，

即 $f'(x)\geqslant 0$，当且仅当 $e^x=e^{-x}$ 即 $x=0$ 时，$f'(x)=0$，

∴函数 $f(x)$ 在 R 上为增函数．

（Ⅱ）$g(x)=f(2x)-4bf(x)=e^{2x}-e^{-2x}-4b(e^x-e^{-x})+(8b-4)x$，

则 $g'(x)=2[e^{2x}+e^{-2x}-2b(e^x+e^{-x})+(4b-2)]$

$=2[(e^x+e^{-x})^2-2b(e^x+e^{-x})+(4b-4)]$

$=2(e^x+e^{-x}-2)(e^x+e^{-x}+2-2b)$．

①∵$e^x+e^{-x}>2$，$e^x+e^{-x}+2>4$，

∴当 $2b\leqslant 4$，即 $b\leqslant 2$ 时，$g'(x)\geqslant 0$，当且仅当 $x=0$ 时取等号，

从而 $g(x)$ 在 R 上为增函数，而 $g(0)=0$，

∴$x>0$ 时，$g(x)>0$，符合题意．

②当 b ＞2 时，若 x 满足 $2<e^x+e^{-x}<2b-2$ 即 $\begin{cases}2<e^x+e^{-x}\\e^x+e^{-x}<2b-2\end{cases}$，得

$\ln(b-1-\sqrt{b^2-2b})<x<\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$，此时，g′（x）＜0，

又由 g（0）=0 知，当 $0<x\leqslant\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$ 时，g（x）＜0，不符合题意．

综合①、②知，b≤2，得 b 的最大值为 2．

（Ⅲ）∵$1.4142<\sqrt{2}<1.4143$，根据（Ⅱ）中 $g(x)=e^{2x}-e^{-2x}-4b(e^x-e^{-x})+(8b-4)x$，

为了凑配 ln2，并利用$\sqrt{2}$的近似值，故将 $\ln\sqrt{2}$ 即 $\frac{1}{2}\ln 2$ 代入 g（x）的解析式中，

得 $g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-2\sqrt{2}b+2(2b-1)\ln 2$.

当 b=2 时，由 g（x）＞0，得 $g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-4\sqrt{2}+6\ln 2>0$，

从而 $\ln 2>\frac{8\sqrt{2}-3}{12}>\frac{8\times 1.4142-3}{12}=0.6928$；

令 $\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})=\ln\sqrt{2}$，得 $b=\frac{3\sqrt{2}}{4}+1>2$，当 $0<x\leqslant\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$ 时，

由 g（x）＜0，得 $g(\ln\sqrt{2})=-\frac{3}{2}-2\sqrt{2}+(3\sqrt{2}+2)\ln 2<0$，得 $\ln 2<\frac{18+\sqrt{2}}{28}<\frac{18+1.4143}{28}<0.6934$.

所以 ln2 的近似值为 0.693．

【点评】1．本题三个小题的难度逐步增大，考查了学生对函数单调性深层次的把握能力，对思维的要求较高，属压轴题．

2．从求解过程来看，对导函数解析式的合理变形至关重要，因为这直接影响到对导数符号的判断，是解决本题的一个重要突破口．

3．本题的难点在于如何寻求 ln2，关键是根据第（2）问中 g（x）的解析式探究 b 的值，从而获得不等式，这样自然地将不等式放缩为$\sqrt{2}$的范围的端点值，达到了估值的目的．

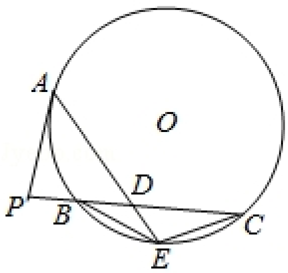
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号．【选修 4-1：几何证明选讲】

22．（10 分）如图，P 是⊙O 外一点，PA 是切线，A 为切点，割线 PBC 与⊙O

相交于点 B，C，PC=2PA，D 为 PC 的中点，AD 的延长线交⊙O 于点 E，证明：

（Ⅰ）BE=EC；

（Ⅱ）AD•DE=2PB^2.



【考点】N4：相似三角形的判定；NC：与圆有关的比例线段.

【专题】17：选作题；5Q：立体几何.

【分析】（Ⅰ）连接 OE，OA，证明 OE⊥BC，可得 E 是$\overset{\frown}{BC}$的中点，从而 BE=EC；

（Ⅱ）利用切割线定理证明 PD=2PB，PB=BD，结合相交弦定理可得 AD•DE=2PB^2.

【解答】证明：（Ⅰ）连接 OE，OA，则∠OAE=∠OEA，∠OAP=90°，

∵PC=2PA，D 为 PC 的中点，

∴PA=PD，

∴∠PAD=∠PDA，

∵∠PDA=∠CDE，

∴∠OEA+∠CDE=∠OAE+∠PAD=90°，

∴OE⊥BC，

∴E 是$\overset{\frown}{BC}$的中点，

∴BE=EC；

（Ⅱ）∵PA 是切线，A 为切点，割线 PBC 与⊙O 相交于点 B，C，

∴PA^2=PB•PC，

∵PC=2PA，

∴PA=2PB，

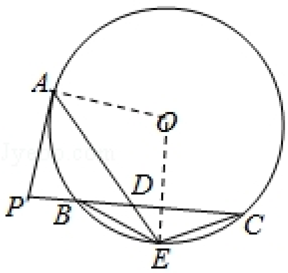
∴PD=2PB，

∴PB=BD，

∴$BD•DC=PB•2PB$，

∵$AD•DE=BD•DC$，

∴$AD•DE=2PB^2$．



【点评】本题考查与圆有关的比例线段，考查切割线定理、相交弦定理，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

【选修 4-4：坐标系与参数方程】

23．在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$，$\theta\in[0,\ \frac{\pi}{2}]$

（Ⅰ）求 C 的参数方程；

（Ⅱ）设点 D 在半圆 C 上，半圆 C 在 D 处的切线与直线 l：$y=\sqrt{3}x+2$ 垂直，根据（1）中你得到的参数方程，求直线 CD 的倾斜角及 D 的坐标．

【考点】QH：参数方程化成普通方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用$\begin{cases}\rho^2=x^2+y^2\\x=\rho\cos\theta\end{cases}$即可得出直角坐标方程，利用 $\cos^2t+\sin^2t=1$ 进而得出参数方程．

（2）利用半圆 C 在 D 处的切线与直线 l：$y=\sqrt{3}x+2$ 垂直，则直线 CD 的斜率与直线 l 的斜率相等，即可得出直线 CD 的倾斜角及 D 的坐标．

【解答】解：（1）由半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$，$\theta\in[0,\ \frac{\pi}{2}]$，即 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，可得 C 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=1$（$0\leqslant y\leqslant1$）．

可得 C 的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos t\\y=\sin t\end{cases}$（t 为参数，$0\leqslant t\leqslant\pi$）．

（2）设 D（1+cos t，sin t），由（1）知 C 是以 C（1，0）为圆心，1 为半径的上半圆，

∵直线 CD 的斜率与直线 l 的斜率相等，∴$\tan t=\sqrt{3}$，$t=\frac{\pi}{3}$.

故 D 的直角坐标为$(1+\cos\frac{\pi}{3}，\sin\frac{\pi}{3})$，即（$\frac{3}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）.

【点评】本题考查了把极坐标方程化为直角坐标方程、参数方程化为普通方程、直线与圆的位置关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

六、解答题（共 1 小题，满分 0 分）

24．设函数 $f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|$（$a>0$）.

（Ⅰ）证明：$f(x)\geqslant 2$；

（Ⅱ）若 $f(3)<5$，求 a 的取值范围.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【专题】59：不等式的解法及应用.

【分析】（Ⅰ）由 $a>0$，$f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|$，利用绝对值三角不等式、基本不等式证得 $f(x)\geqslant 2$ 成立.

（Ⅱ）由 $f(3)=|3+\frac{1}{a}|+|3-a|<5$，分当 $a>3$ 时和当 $0<a\leqslant 3$ 时两种情况，分别去掉绝对值，求得不等式的解集，再取并集，即得所求.

【解答】解：（Ⅰ）证明：∵$a>0$，$f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|\geqslant|(x+\frac{1}{a})-(x-a)|=|a+\frac{1}{a}|=a+\frac{1}{a}\geqslant 2\sqrt{a\cdot\frac{1}{a}}=2$，

故不等式 $f(x)\geqslant 2$ 成立.

（Ⅱ）∵$f(3)=|3+\frac{1}{a}|+|3-a|<5$，

∴当 $a>3$ 时，不等式即 $a+\frac{1}{a}<5$，即 $a^2-5a+1<0$，解得 $3<a<\frac{5+\sqrt{21}}{2}$.

当 $0<a\leqslant 3$ 时，不等式即 $6-a+\frac{1}{a}<5$，即 $a^2-a-1>0$，求得$\frac{1+\sqrt{5}}{2}<a\leqslant 3$.

综上可得，a 的取值范围（$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{5+\sqrt{21}}{2}$）.

【点评】本题主要考查绝对值三角不等式，绝对值不等式的解法，体现了转化、

分类讨论的数学思想，属于中档题．