

利用平行投影，人们获得了画直观图的斜二测画法. 利用这种画法画水平放置的平面图形的直观图，其步骤是：

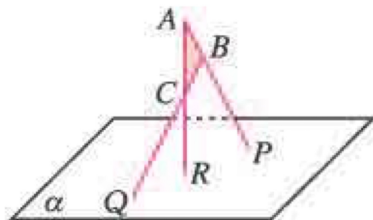
(1) 在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴，两轴相交于点 O . 画直观图时，把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴，两轴相交

于点 O' ，且使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°)，它们确定的平面表示水平面.

(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段.

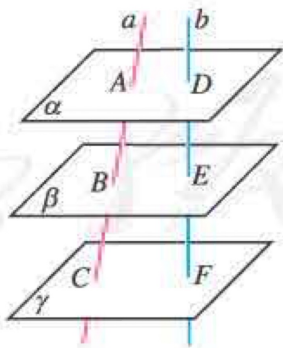
(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中保持原长度不变，平行于 y 轴的线段，在直观图中长度为原来的一半.

8. 如图， $\triangle ABC$ 在平面 α 外， $AB \cap \alpha = P$ ， $BC \cap \alpha = Q$ ， $AC \cap \alpha = R$ ，求证： P ， Q ， R 三点共线.



(第 8 题)

13. 如图， $\alpha \parallel \beta \parallel \gamma$ ，直线 a 与 b 分别交 α ， β ， γ 于点 A ， B ， C 和点 D ， E ， F ，求证 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$.

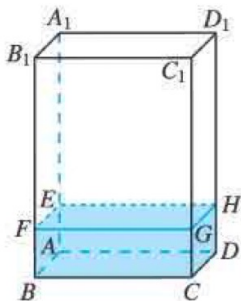


(第 13 题)

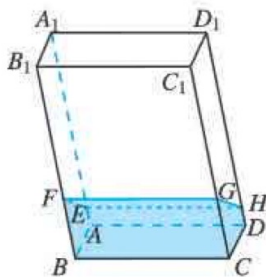
15. 如图, 透明塑料制成的长方体容器 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内灌进一些水, 固定容器底面一边 BC 于地面上, 再将容器倾斜. 随着倾斜度的不同, 有下面五个命题:

- (1) 有水的部分始终呈棱柱形;
- (2) 没有水的部分始终呈棱柱形;
- (3) 水面 $EFGH$ 所在四边形的面积为定值;
- (4) 棱 A_1D_1 始终与水面所在平面平行;
- (5) 当容器倾斜如图 (3) 所示时, $BE \cdot BF$ 是定值.

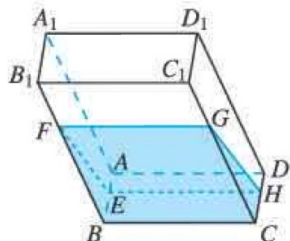
其中所有正确命题的序号是 _____, 为什么?



(1)



(2)



(3)

(第 15 题)

4. 如果计算器只能生成 $[0, 1)$ 内的随机数, 你有办法把它转化为 $1 \sim 100$ 范围内的整数随机数吗? 转化为 $1 \sim 712$ 范围内的整数随机数呢?

17. 某品牌计算机售后保修期为 1 年, 根据大量的维修记录资料, 这种品牌的计算机在使用一年

内需要维修 1 次的占 15%, 需要维修 2 次的占 6%, 需要维修 3 次的占 4%.

(1) 某人购买了一台这个品牌的计算机, 设 A_k = “一年内需要维修 k 次”, $k = 0, 1, 2, 3$, 请填写下表:

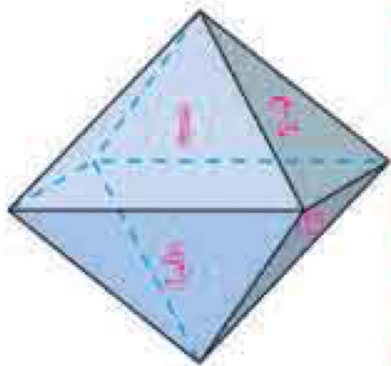
事件	A_0	A_1	A_2	A_3
概率				

事件 A_0, A_1, A_2, A_3 是否满足两两互斥? 是否满足等可能性?

(2) 求下列事件的概率:

- ① A = “在 1 年内需要维修”;
- ② B = “在 1 年内不需要维修”;
- ③ C = “在 1 年内维修不超过 1 次”.

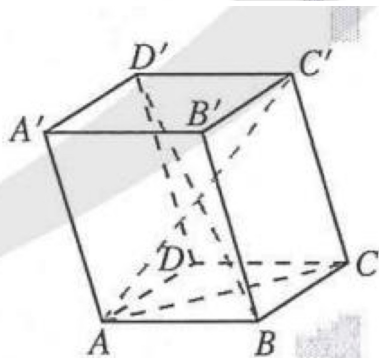
5. 如图, 一个正八面体, 八个面分别标以数字 1 到 8, 任意抛掷一次这个正八面体, 观察它与地面接触的面上的数字, 得到样本空间为 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. 构造适当的事件 A, B, C , 使 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$ 成立, 但不满足 A, B, C 两两独立.



(第 5 题)

例 4 在一次奥运会男子羽毛球单打比赛中, 运动员甲和乙进入了决赛. 假设每局比赛甲获胜的概率为 0.6, 乙获胜的概率为 0.4. 利用计算机模拟试验, 估计甲获得冠军的概率.

10. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 a 的正方形, 侧棱 AA' 的长为 b , 且 $\angle A'AB = \angle A'AD = 120^\circ$. 求: (1) AC' 的长; (2) 直线 BD' 与 AC 所成角的余弦值.

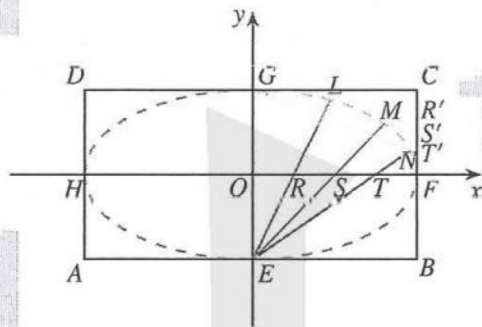


(第 10 题)

例5 已知线段 AB 的端点 B 的坐标是 $(4, 3)$, 端点 A 在圆 $(x+1)^2 + y^2 = 4$ 上运动, 求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程.

19. 一条光线从点 $A(-2, 3)$ 射出, 经 x 轴反射后, 与圆 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切, 求反射后光线所在直线的方程.

11. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $|AB| = 2a$, $|BC| = 2b$ ($a > b > 0$). E, F, G, H 分别是矩形四条边的中点, R, S, T 是线段 OF 的四等分点, R', S', T' 是线段 CF 的四等分点. 证明直线 ER 与 GR' 、 ES 与 GS' 、 ET 与 GT' 的交点 L, M, N 都在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上.



(第 11 题)

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ 与直线 $l: y = kx + m$ ($k \neq \pm 2$) 有唯一的公共点 M , 过点 M 且与 l 垂直的直线分别交 x 轴、 y 轴于 $A(x, 0)$, $B(0, y)$ 两点. 当点 M 运动时, 求点 $P(x, y)$ 的轨迹方程, 并说明轨迹是什么曲线. 如果推广到一般双曲线, 能得到什么相应的结论?

13. 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 从点 F 发出的光线经过抛物线上的点 M (不同于抛物线的顶点) 反射, 证明反射光线平行于抛物线的对称轴.

5. 设抛物线的顶点为 O , 经过焦点且垂直于对称轴的直线交抛物线于 B, C 两点, 经过抛物线上一点 P 且垂直于轴的直线与轴交于点 Q . 求证: $|PQ|$ 是 $|BC|$ 和 $|OQ|$ 的比例中项.