

4. 请用“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”填空：

(3) $x \in A$ 是 $x \in A \cap B$ 的 _____ ；

4. 已知 x, y, z 都是正数，求证： $(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8xyz$.

3. 已知 $M = \{x \mid 4x^2 - 4x - 15 > 0\}$, $N = \{x \mid x^2 - 5x - 6 > 0\}$, 求 $M \cap N, M \cup N$.

18. 在一个展现人脑智力的综艺节目中，一位参加节目的少年能将圆周率 π 准确地记忆到小数点后面 200 位，更神奇的是，当主持人说出小数点后面的位数时，这位少年都能准确地说出该数位上的数字. 如果记圆周率 π 小数点后第 n 位上的数字为 y ，那么你认为 y 是 n 的函数吗？如果是，请写出函数的定义域、值域与对应关系；如果不是，请说明理由.

13. 我们知道，函数 $y=f(x)$ 的图象关于坐标原点成中心对称图形的充要条件是函数 $y=f(x)$ 为奇函数，有同学发现可以将其推广为：函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 成中心对称图形的充要条件是函数 $y=f(x+a)-b$ 为奇函数.

(1) 求函数 $f(x)=x^3-3x^2$ 图象的对称中心；

(2) 类比上述推广结论，写出“函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴成轴对称图形的充要条件是函数 $y=f(x)$ 为偶函数”的一个推广结论.

9. 从盛有 1 L 纯酒精的容器中倒出 $\frac{1}{3}$ L，然后用水填满；再倒出 $\frac{1}{3}$ L，又用水填满……

(1) 连续进行 5 次，容器中的纯酒精还剩下多少？

(2) 连续进行 n 次，容器中的纯酒精还剩下多少？

5. 大西洋鲑鱼每年都要逆流而上 2 000 m，游回产地产卵. 研究鲑鱼的科学家发现鲑鱼的游速 v (单位：m/s) 可以表示为 $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{O}{100}$ ，其中 O 表示鱼的耗氧量的单位数.

(1) 当一条鱼的耗氧量是 2 700 个单位时，它的游速是多少？

(2) 计算一条鱼静止时耗氧量的单位数.

3. 已知函数 $f(x)=x^3-2x+1$, 求证: 方程 $f(x)=x$ 在 $(-1, 2)$ 内至少有两个实数解.

8. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{3}$, 且 $0<x<\frac{\pi}{2}$, 求 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$ 和 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)$ 的值.

? 思考

你能求出函数 $y=\sin\left(-\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$, $x\in[-2\pi, 2\pi]$ 的单调递增区间吗?

20. 设 $f(\alpha)=\sin^x\alpha+\cos^x\alpha$, $x\in\{n \mid n=2k, k\in\mathbf{N}_+\}$. 利用三角变换, 估计 $f(\alpha)$ 在 $x=2, 4, 6$ 时的取值情况, 进而猜想 x 取一般值时 $f(\alpha)$ 的取值范围.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $B=\frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\cos A = (\quad)$.

(A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

(C) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

(D) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

6. 某时钟的秒针端点 A 到中心点 O 的距离为 5 cm, 秒针绕点 O 匀速旋转, 当时间 $t=0$ 时, 点 A 与钟面上标 12 的点 B 重合. 将 A, B 两点间的距离 d (单位: cm) 表示成 t (单位: s) 的函数, 则 $d = \underline{\hspace{2cm}}$, $t \in [0, 60]$.

10. 不通过画图, 写出下列函数的振幅、周期、初相, 并说明如何由正弦曲线得到它们的图象:

(1) $y=\sin\left(5x+\frac{\pi}{6}\right)$;

(2) $y=2\sin \frac{1}{6}x$.

例 9 如图 6.4-12, A, B 两点都在河的对岸 (不可到达), 设计一种测量 A, B 两点间距离的方法, 并求出 A, B 间的距离.

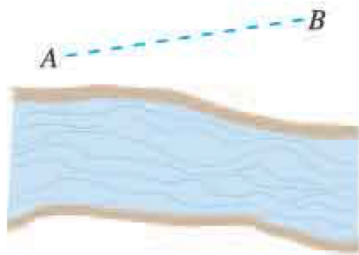


图 6.4-12

综合运用

11. 已知对任意平面向量 $\vec{AB} = (x, y)$, 把 $\vec{AB}$ 绕其起点沿逆时针方向旋转 θ 角得到向量 $\vec{AP} = (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$, 叫做把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 θ 角得到点 P . 已知平面内点 $A(1, 2)$, 点 $B(1 + \sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2})$, 把点 B 绕点 A 沿顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得到点 P , 求点 P 的坐标.

- (6) 若平面向量 a, b, c 两两的夹角相等, 且 $|a| = 1, |b| = 1, |c| = 3$, 则 $|a + b + c| = ()$.

(A) 2 (B) 5 (C) 2 或 5 (D) $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{5}$

22. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且 $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C - b - c = 0$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c .

6. 在复数范围内解下列方程:

(1) $x^2 + 4x + 5 = 0$;

(2) $2x^2 - 3x + 4 = 0$.