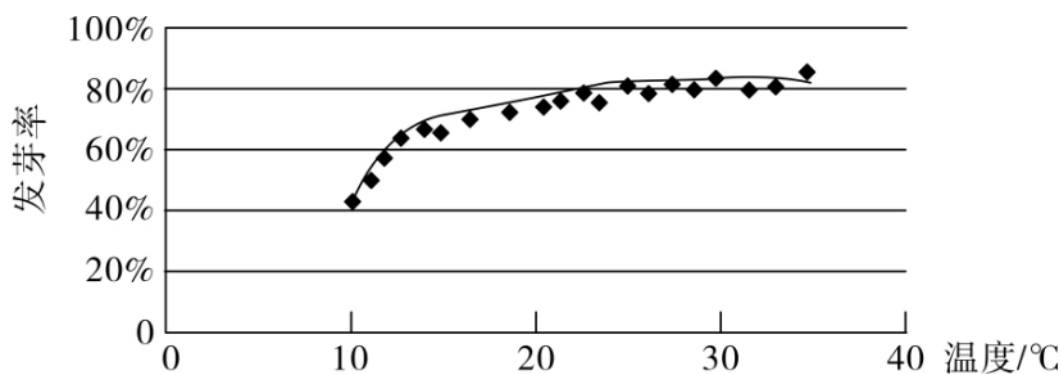


4. 设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，在 O, A, B, C, D 中任取 3 点，则取到的 3 点共线的概率为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 的关系，在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 20)$ 得到下面的散点图：



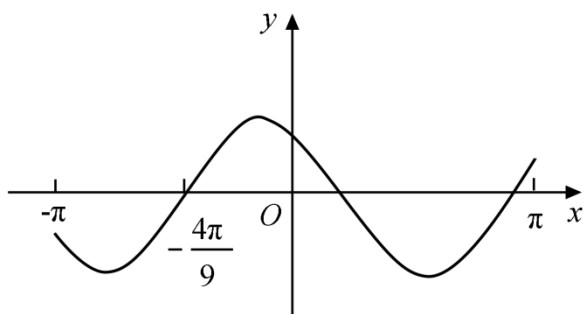
由此散点图，在 10°C 至 40°C 之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是 ()

- A. $y = a + bx$ B. $y = a + bx^2$
C. $y = a + be^x$ D. $y = a + b \ln x$

6. 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x = 0$ ，过点 $(1, 2)$ 的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

7. 设函数 $f(x) = \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致如下图，则 $f(x)$ 的最小正周期为 ()



- A. $\frac{10\pi}{9}$ B. $\frac{7\pi}{6}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{2}$

8. 设 $a \log_3 4 = 2$ ，则 $4^{-a} =$ ()

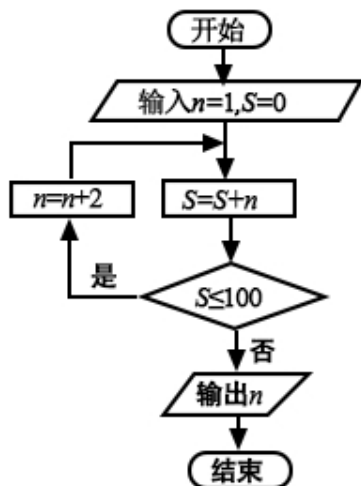
A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{6}$

9. 执行下面的程序框图，则输出的 $n =$ ()



A. 17

B. 19

C. 21

D. 23

10. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ ， $a_2 + a_3 + a_4 = 2$ ，则 $a_6 + a_7 + a_8 =$ ()

A. 12

B. 24

C. 30

D. 32

11. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的两个焦点， O 为坐标原点，点 P 在 C 上且 $|OP| = 2$ ，则 $\triangle PF_1F_2$

的面积为 ()

A. $\frac{7}{2}$

B. 3

C. $\frac{5}{2}$

D. 2

12. 已知 A, B, C 为球 O 的球面上的三个点， $\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆，若 $\odot O_1$ 的面积为 4π ，

$AB = BC = AC = OO_1$ ，则球 O 的表面积为 ()

A. 64π

B. 48π

C. 36π

D. 32π

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 2 \leq 0, \\ x - y - 1 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 7y$ 的最大值为_____.

14. 设向量 $\mathbf{a} = (1, -1)$, $\mathbf{b} = (m+1, 2m-4)$ ，若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ，则 $m =$ _____.

15. 曲线 $y = \ln x + x + 1$ 的一条切线的斜率为2, 则该切线的方程为_____.

16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2} + (-1)^n a_n = 3n - 1$, 前16项和为540, 则 $a_1 =$ _____.

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共60分.

17. 某厂接受了一项加工业务，加工出来的产品(单位：件)按标准分为 A, B, C, D 四个等级.加工业务约定：对于 A 级品、 B 级品、 C 级品，厂家每件分别收取加工费90元，50元，20元；对于 D 级品，厂家每件要赔偿原料损失费50元.该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务.甲分厂加工成本费为25元/件，乙分厂加工成本费为20元/件.厂家为决定由哪个分厂承接加工业务，在两个分厂各试加工了100件这种产品，并统计了这些产品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

(1) 分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率；

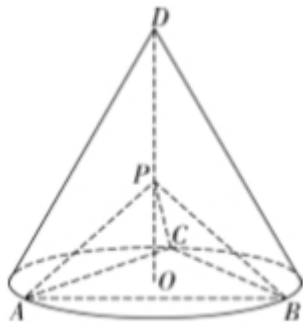
(2) 分别求甲、乙两分厂加工出来的100件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务？

18. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $B = 150^\circ$.

(1) 若 $a = \sqrt{3}c$, $b = 2\sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 若 $\sin A + \sqrt{3} \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 C .

19. 如图， D 为圆锥的顶点， O 是圆锥底面的圆心， $\triangle ABC$ 是底面的内接正三角形， P 为 DO 上一点， $\angle APC = 90^\circ$.



(1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PAC ；

(2) 设 $DO = \sqrt{2}$ ，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$ ，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

20. 已知函数 $f(x) = e^x - a(x+2)$.

(1) 当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

21. 已知 A 、 B 分别为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$) 的左、右顶点， G 为 E 的上顶点， $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{GB} = 8$

， P 为直线 $x=6$ 上的动点， PA 与 E 的另一交点为 C ， PB 与 E 的另一交点为 D .

(1) 求 E 的方程；

(2) 证明：直线 CD 过定点.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修4—4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos^k t, \\ y = \sin^k t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点， x

轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $4\rho \cos \theta - 16\rho \sin \theta + 3 = 0$.

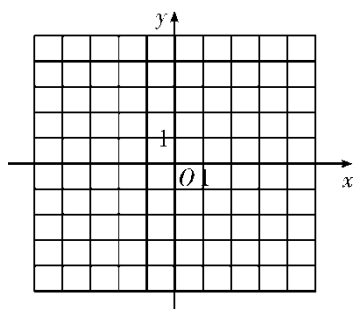
(1) 当 $k=1$ 时， C_1 是什么曲线？

(2) 当 $k=4$ 时，求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标.

[选修4—5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |3x+1| - 2|x-1|$.

(1) 画出 $y = f(x)$ 的图像；



(2) 求不等式 $f(x) > f(x+1)$ 的解集.