四川省大数据精准教学联盟 2018 级高三第二次统一监测

理科数学

注意事项：

1．答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚，考生考试条码由监考老师粘贴在答题卡上的“条码粘贴处”。

2．选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3．考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．集合 $M=\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{x\,|\,2^{x-1}<1\}$，则 $M\cap N=$

A．$\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 1\}$　　B．$\{x\,|\,0\leqslant x<1\}$

C．$\{x\,|\,1\leqslant x\leqslant 2\}$　　D．$\{x\,|\,1<x\leqslant 2\}$

2．设 i 是虚数单位，a，$b\in\mathbf{R}$，且 $(2+\mathrm{i})b\mathrm{i}=a-4\mathrm{i}$，则复数 $a+b\mathrm{i}$ 在复平面内所对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限

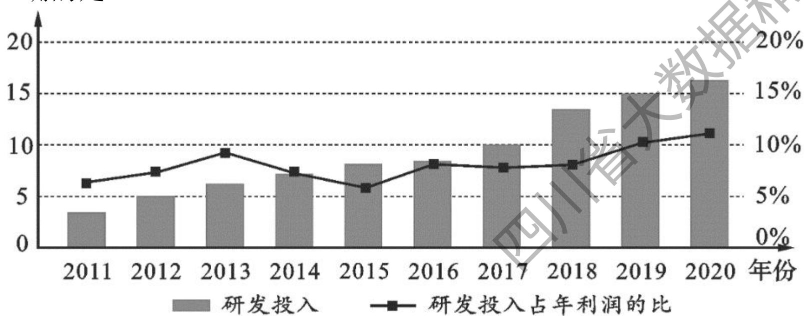
C．第三象限　　D．第四象限

3．$(ax+\dfrac{1}{x})^5$ 的展开式中 x 的系数为 -80，则 $a=$

A．-2　　B．-1

C．±1　　D．±2

4．某公司注重科技创新，对旗下产品不断进行研发投入，现统计了该公司 2011 年—2020 年研发投入（单位：百万）和研发投入占年利润的比，并制成下图所示的统计图．下列说法正确的是



A．2011 年开始，该公司的每年的研发投入占年利润的比呈下降趋势

B．2011 年开始，该公司的每年的研发投入占年利润的比在逐年增大

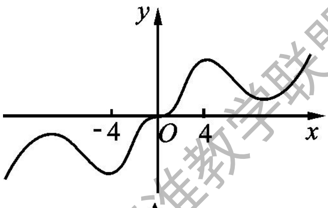
C．2011 年开始，该公司的年利润逐年增加

D．2011 年开始，该公司的每年的研发投入呈上升趋势

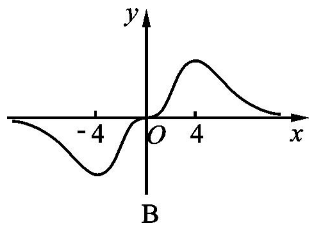
5． 若 $\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$

A． $-\frac{7}{25}$　　B． $\frac{7}{25}$　　C． $\frac{18}{25}$　　D． $\frac{24}{25}$

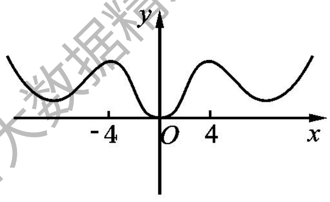
6． 函数 $f(x)=\frac{x^4}{e^x+e^{-x}}$ 的大致图象为



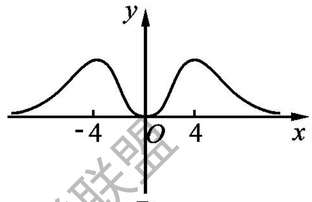
A



B



C



D

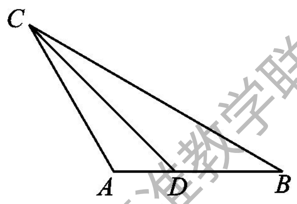
7． 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1, |\boldsymbol{b}|=4$，且 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=-12$，则 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A． $\frac{\pi}{6}$　　B． $\frac{\pi}{3}$　　C． $\frac{2\pi}{3}$　　D． $\frac{5\pi}{6}$

8． 已知 O 为坐标原点，P 为圆 C：$(x-1)^2+(y-b)^2=1$（常数 $b>0$）上的动点，若$|OP|$最大值为 3，则 b 的值为

A． 1　　B． $\sqrt{2}$　　C． $\sqrt{3}$　　D． 2

9． 如图，$\triangle ABC$ 中，角 C 的平分线 CD 交边 AB 于点 D，$\angle A=\frac{2\pi}{3}$，$AC=2\sqrt{3}$，$CD=3\sqrt{2}$，则 $BC=$



A． $3\sqrt{3}$　　B． 4

C． $4\sqrt{2}$　　D． 6

10． 设α，β是两个不同平面，m，n 是两条直线，下列命题中正确的是

A． 如果 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n//\beta$，那么 $\alpha\perp\beta$

B． 如果 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，那么 $\alpha//\beta$

C． 如果 $m//n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，那么 $\alpha//\beta$

D． 如果 $\alpha//\beta$，m 与α所成的角和 n 与 β 所成的角相等，那么 $m//n$

11． 已知直线 $y=x-1$ 与抛物线 $C: y^2=2px\,(p>0)$ 交于 M，N 两点，且抛物线 C 上存在点 P，使得 $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OP}$（$O$ 为坐标原点），则抛物线 C 的焦点坐标为

A． $(4,0)$　　B． $(2,0)$　　C． $(1,0)$　　D． $(\frac{1}{2},0)$

12． 已知 $2^m=\sqrt{3}$，$3^n=2$，$5^p=2\sqrt{2}$，则 m，n，p 的大小关系为

A． $m>n>p$　　B． $m>p>n$　　C． $p>m>n$　　D． $p>n>m$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线方程为 $y=kx\,(k>0)$，离心率为 2，则 k 的值为________.

14．若实数 x，y 满足 $\begin{cases} x\geqslant -1, \\ y\leqslant 2, \\ 2x-y\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $2x+y$ 的最小值是________.

15．已知三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=AC=AD=BC=BD=2\sqrt{2}$，侧棱 AB 与底面 BCD 所成的角为 45°，则该三棱锥的体积为__________.

16．已知函数 $f(x)=|\cos(2x-\frac{\pi}{6})-\cos(2x-\frac{\pi}{2})|$，给出下列四个结论：

① $f(x)$ 的值域是 $[0,1]$；　　② $f(x)$ 是以 $\frac{\pi}{2}$ 为最小正周期的周期函数；

③ $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上有 4 个零点；　　④ $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$ 上单调递增.

其中所有正确结论的编号是________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

在新型冠状病毒疫情期间，某高中学校实施线上教学，为了解线上教学的效果，随机抽取了 100 名学生对线上教学效果进行评分（满分 100 分），记低于 80 的评分为“效果一般”，不低于 80 分为“效果较好”.

（1）请补充完整 2×2 列联表；通过计算判断，有没有 99%的把握认为线上教学效果评分为“效果较好”与性别有关？

	效果一般	效果较好	合计
男		20	
女	15		55
合计			

（2）用（1）中列联表的数据估计全校线上教学的效果，用频率估计概率．从该校学生中任意抽取 3 人，记所抽取的 3 人中线上教学“效果较好”的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

附表及公式：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

其中 $k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

18．（12 分）

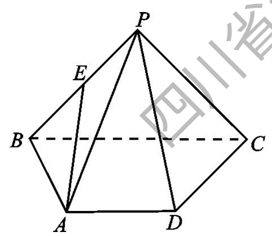
已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$\{b_n\}$ 是递增的等比数列，且 $a_1=1$，$b_1=2$，$b_2=2a_2$，$b_3=3a_3-1$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $c_n=\dfrac{2^{a_n}}{(b_n-1)(b_{n+1}-1)}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n．

19．（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为梯形，$\angle ABC=90°$，$BC\,/\!/\,AD$，$BC=2AD$，平面 $PBC\perp$ 平面 $ABCD$，$PB=PC=2$，$DP=DC=\sqrt{3}$，E 为 PB 的中点．



（1）证明：$AE\perp PC$；

（2）求二面角 $B-PA-D$ 的正弦值．

20．（12 分）

已知点 A 的坐标为$(-2，0)$，点 B 的坐标为$(2，0)$，点 P 满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+|\overrightarrow{PA}|\cdot|\overrightarrow{PB}|=8$，记点 P 的轨迹为 E.

（1）证明$|PA|+|PB|$为定值，并写曲线 E 的方程；

（2）设直线 $y=kx-1$（$k\in\mathbf{R}$）与曲线 E 交于 C，D 两点，在 y 轴上是否存在定点 Q，使得对任意实数 k，直线 QC，QD 的斜率乘积为定值？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，说明理由．

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{1}{2}ax^2$（$x>0$，$a\in\mathbf{R}$）．

（1）当 $a=1$ 时，比较 $f(x)$ 与 $x+1$ 的大小；

（2）若 $f(x)$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，证明：$|\ln\dfrac{x_1}{x_2}|<(a-1)x_1x_2$．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

以直角坐标系的坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$．

（1）求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）设直线 l：$\begin{cases}x=a+t,\\y=\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$ 为参数，a 为常数）与曲线 C 交于点 A，B，且 $|AB|=1$，求 a 的值．

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

设函数 $f(x)=2|x+1|+|3-x|$ 的最小值为 t.

（1）求 t 的值；

（2）若正数 a，b 满足 $a+b=t$，求证：$\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}\leqslant 4$．