2018 年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标Ⅰ）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）已知集合 $A=\{0,2\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

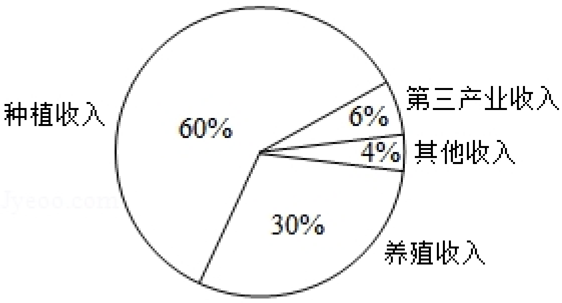
A．$\{0,2\}$　　B．$\{1,2\}$

C．$\{0\}$　　D．$\{-2,-1,0,1,2\}$

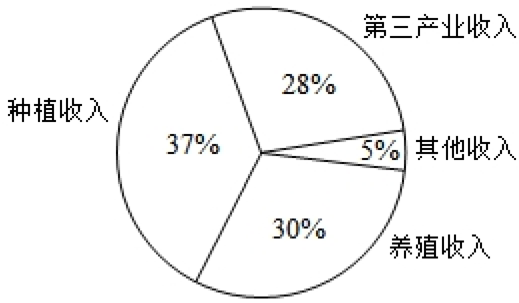
2．（5 分）设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则 $|z|=$（　　）

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

3．（5 分）某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番．为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是（　　）

A．新农村建设后，种植收入减少

B．新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C．新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D．新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4．（5 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1$ 的一个焦点为（2，0），则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5．（5 分）已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1，O_2，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为（　　）

A．$12\sqrt{2}\pi$　　B．12π　　C．$8\sqrt{2}\pi$　　D．10π

6．（5 分）设函数 f（x）$=x^3+(a-1)x^2+ax$．若 f（x）为奇函数，则曲线 y=f（x）在点（0，0）处的切线方程为（　　）

A．$y=-2x$　　B．$y=-x$　　C．$y=2x$　　D．$y=x$

7．（5 分）在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则$\overrightarrow{EB}$=（　　）

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8．（5 分）已知函数 f（x）$=2\cos^2x-\sin^2x+2$，则（　　）

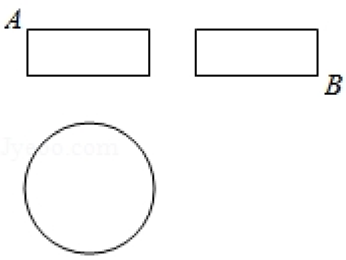
A．f（x）的最小正周期为 π，最大值为 3

B．f（x）的最小正周期为 π，最大值为 4

C．f（x）的最小正周期为 2π，最大值为 3

D．f（x）的最小正周期为 2π，最大值为 4

9．（5 分）某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如图．圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为（　　）



A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

10．（5 分）在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，AB=BC=2，AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30°，则该长方体的体积为（　　）

A．8　　B．$6\sqrt{2}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$8\sqrt{3}$

11．（5 分）已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边上有两点 A（1，a），B（2，b），且 $\cos 2\alpha=\frac{2}{3}$，则 $|a-b|$=（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．1

12．（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\1, & x>0\end{cases}$，则满足 f（x+1）＜f（2x）的 x 的取值范围是（　　）

A．（﹣∞，﹣1］ B．（0，+∞）　C．（﹣1，0）　D．（﹣∞，0）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．（5 分）已知函数 $f(x)=\log_2(x^2+a)$，若 f（3）=1，则 a=________.

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-2\leqslant 0\\x-y+1\geqslant 0\\y\leqslant 0\end{cases}$，则 z=3x+2y 的最大值为________.

15．（5 分）直线 y=x+1 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 A，B 两点，则|AB|=________.

16．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知 bsinC+csinB=4asinBsinC，$b^2+c^2-a^2=8$，则△ABC 的面积为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$na_{n+1}=2(n+1)a_n$，设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

（1）求 b_1，b_2，b_3；

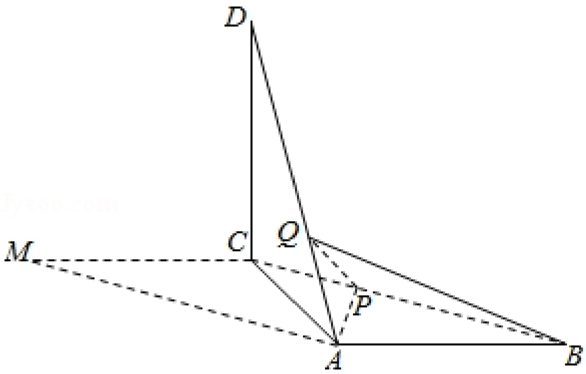
（2）判断数列$\{b_n\}$是否为等比数列，并说明理由；

（3）求$\{a_n\}$的通项公式.

18．（12 分）如图，在平行四边形 ABCM 中，AB=AC=3，∠ACM=90°，以 AC 为折痕将△ACM 折起，使点 M 到达点 D 的位置，且 AB⊥DA．

（1）证明：平面 ACD⊥平面 ABC；

（2）Q 为线段 AD 上一点，P 为线段 BC 上一点，且 BP=DQ=$\frac{2}{3}$DA，求三棱锥 Q﹣ABP 的体积．



19．（12 分）某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据（单位：m³）和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据，得到频数分布表如下：

未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

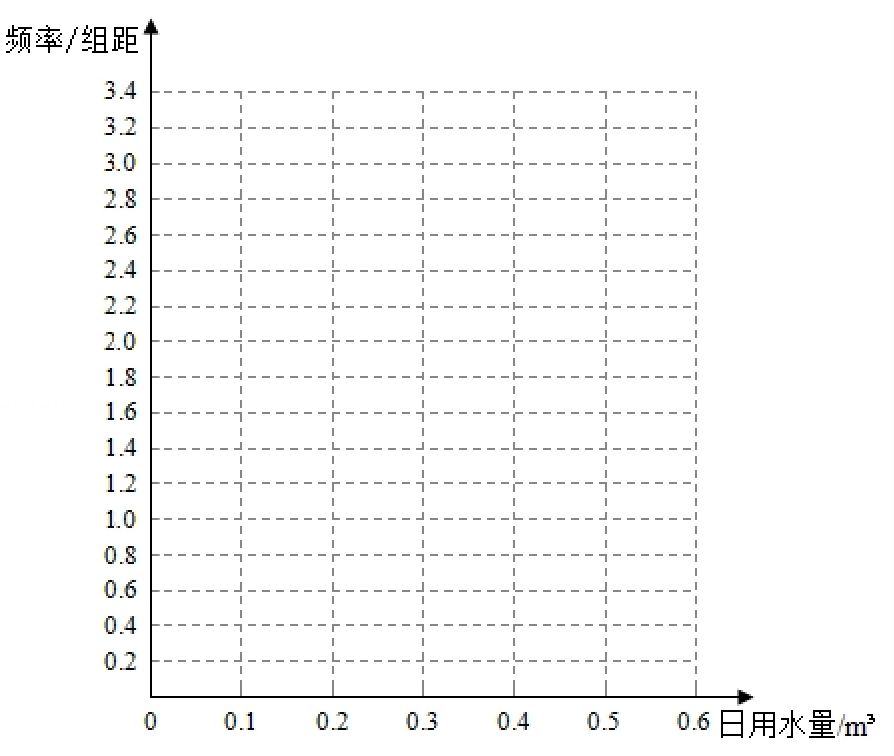
日用水量	[0，0.1)	[0.1，0.2)	[0.2，0.3)	[0.3，0.4)	[0.4，0.5)	[0.5，0.6)	[0.6，0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0，0.1)	[0.1，0.2)	[0.2，0.3)	[0.3，0.4)	[0.4，0.5)	[0.5，0.6)

频数	1	5	13	10	16	5

（1）作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图；



（2）估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35m^3 的概率；

（3）估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

20．（12 分）设抛物线 C：$y^2=2x$，点 A（2，0），B（－ 2，0），过点 A 的直线 l 与 C 交于 M，N 两点．

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 BM 的方程；

（2）证明：∠ABM=∠ABN．

21．（12 分）已知函数 f（x）$=ae^x-\ln x-1$．

（1）设 x=2 是 f（x）的极值点，求 a，并求 f（x）的单调区间；

（2）证明：当 $a\geqslant\frac{1}{e}$时，f（x）≥0．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．（10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

（1）求 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程．

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．已知 f（x）$=|x+1|-|ax-1|$．

（1）当 a=1 时，求不等式 f（x）＞1 的解集；

（2）若 x∈（0，1）时不等式 f（x）＞x 成立，求 a 的取值范围．

2018 年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）已知集合 A={0，2}，B={﹣2，﹣1，0，1，2}，则 A∩B=（　　）

A．{0，2}　　B．{1，2}

C．{0}　　D．{﹣2，﹣1，0，1，2}

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题；49：综合法；5J：集合．

【分析】直接利用集合的交集的运算法则求解即可．

【解答】解：集合 A={0，2}，B={﹣2，﹣1，0，1，2}，

则 A∩B={0，2}．

故选：A．

【点评】本题考查集合的基本运算，交集的求法，是基本知识的考查．

2．（5 分）设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则|z|=（　　）

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

【考点】A8：复数的模．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的代数形式的混合运算化简后，然后求解复数的模．

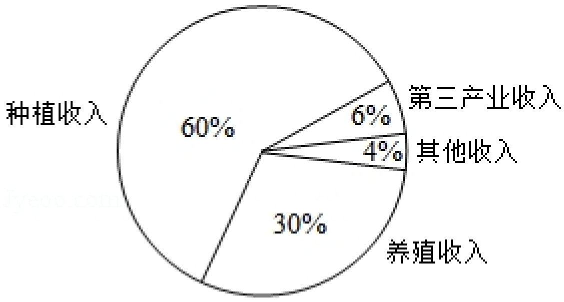
【解答】解：$z=\frac{1-i}{1+i}+2i=\frac{(1-i)(1-i)}{(1-i)(1+i)}+2i=-i+2i=i$，

则|z|=1．

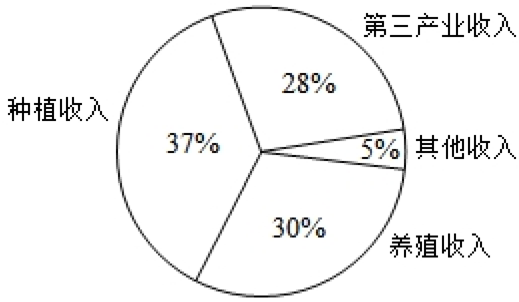
故选：C．

【点评】本题考查复数的代数形式的混合运算，复数的模的求法，考查计算能力．

3．（5 分）某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番．为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是（　　）

A．新农村建设后，种植收入减少

B．新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C．新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D．新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

【考点】2K：命题的真假判断与应用；CS：概率的应用．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计；5L：简易逻辑．

【分析】设建设前经济收入为 a，建设后经济收入为 2a．通过选项逐一分析新农村建设前后，经济收入情况，利用数据推出结果．

【解答】解：设建设前经济收入为 a，建设后经济收入为 2a．

A 项，种植收入 37%×2a－ 60%a=14%a＞0，

故建设后，种植收入增加，故 A 项错误．

B 项，建设后，其他收入为 5%×2a=10%a，

建设前，其他收入为 4%a，

故 10%a÷4%a=2.5＞2，

故 B 项正确．

C 项，建设后，养殖收入为 30%×2a=60%a，

建设前，养殖收入为 30%a，

故 60%a÷30%a=2，

故 C 项正确.

D 项，建设后，养殖收入与第三产业收入总和为

（30%+28%）×2a=58%×2a，

经济收入为 2a，

故（58%×2a）÷2a=58%＞50%，

故 D 项正确.

因为是选择不正确的一项，

故选：A.

【点评】本题主要考查事件与概率，概率的应用，命题的真假的判断，考查发现问题解决问题的能力.

4．（5 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1$ 的一个焦点为（2，0），则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】利用椭圆的焦点坐标，求出 a，然后求解椭圆的离心率即可.

【解答】解：椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1$ 的一个焦点为（2，0），

可得 $a^2-4=4$，解得 $a=2\sqrt{2}$，

∵c=2，

∴$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：C.

【点评】本题考查椭圆的简单性质的应用，考查计算能力．

5．（5 分）已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1，O_2，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为（　　）

A．$12\sqrt{2}\pi$　　B．12π　　C．$8\sqrt{2}\pi$　　D．10π

【考点】LE：棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】利用圆柱的截面是面积为 8 的正方形，求出圆柱的底面直径与高，然后求解圆柱的表面积．

【解答】解：设圆柱的底面直径为 2R，则高为 2R，

圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1，O_2，

过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，

可得：$4R^2=8$，解得 $R=\sqrt{2}$，

则该圆柱的表面积为：$\pi\cdot(\sqrt{2})^2\times2+2\sqrt{2}\pi\times2\sqrt{2}=12\pi$．

故选：B．

【点评】本题考查圆柱的表面积的求法，考查圆柱的结构特征，截面的性质，是基本知识的考查．

6．（5 分）设函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$．若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点（0，0）处的切线方程为（　　）

A．$y=-2x$　　B．$y=-x$　　C．$y=2x$　　D．$y=x$

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】利用函数的奇偶性求出 a，求出函数的导数，求出切线的向量然后求解切线方程．

【解答】解：函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$，若 $f(x)$ 为奇函数，

可得 a=1，所以函数 f（x）$=x^3+x$，可得 f′（x）$=3x^2+1$，

曲线 y=f（x）在点（0，0）处的切线的斜率为：1，

则曲线 y=f（x）在点（0，0）处的切线方程为：y=x．

故选：D．

【点评】本题考查函数的奇偶性以及函数的切线方程的求法，考查计算能力．

7．（5 分）在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则$\overrightarrow{EB}$=（　　）

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

【考点】9H：平面向量的基本定理．

【专题】34：方程思想；41：向量法；5A：平面向量及应用．

【分析】运用向量的加减运算和向量中点的表示，计算可得所求向量．

【解答】解：在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，

$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

$=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$,

故选：A．

【点评】本题考查向量的加减运算和向量中点表示，考查运算能力，属于基础题

．

8．（5 分）已知函数 f（x）$=2\cos^2x-\sin^2x+2$，则（　　）

A．f（x）的最小正周期为 π，最大值为 3

B．f（x）的最小正周期为 π，最大值为 4

C．f（x）的最小正周期为 2π，最大值为 3

D．f（x）的最小正周期为 2π，最大值为 4

【考点】H1：三角函数的周期性．

【专题】35：转化思想；56：三角函数的求值；57：三角函数的图像与性质．

【分析】首先通过三角函数关系式的恒等变换，把函数的关系式变形成余弦型函数，进一步利用余弦函数的性质求出结果．

【解答】解：函数 $f(x)=2\cos^2x-\sin^2x+2$，

$=2\cos^2x-\sin^2x+2\sin^2x+2\cos^2x$，

$=4\cos^2x+\sin^2x$，

$=3\cos^2x+1$，

$=3\cdot\frac{\cos 2x+1}{2}+1$，

$=\frac{3\cos 2x}{2}+\frac{5}{2}$，

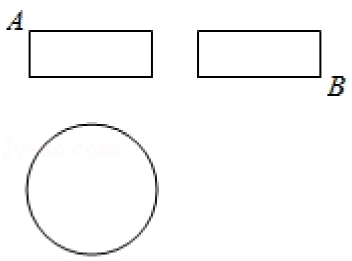
故函数的最小正周期为 π，

函数的最大值为 $\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识要点：三角函数关系式的恒等变换，余弦型函数的性质的应用．

9．（5 分）某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如图．圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为（　　）



A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

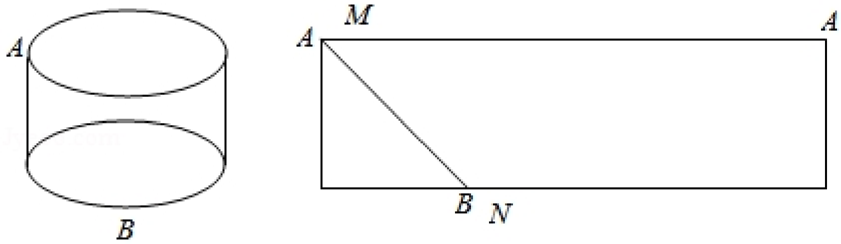
【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；31：数形结合；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】判断三视图对应的几何体的形状，利用侧面展开图，转化求解即可．

【解答】解：由题意可知几何体是圆柱，底面周长16，高为：2，

直观图以及侧面展开图如图：



圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度：$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查三视图与几何体的直观图的关系，侧面展开图的应用，考查计算能力.

10．（5分）在长方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$中，AB=BC=2，AC_1与平面BB_1C_1C所成的角为30°，则该长方体的体积为（　　）

A．8　　B．$6\sqrt{2}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$8\sqrt{3}$

【考点】MI：直线与平面所成的角.

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离.

【分析】画出图形，利用已知条件求出长方体的高，然后求解长方体的体积即可.

【解答】解：长方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$中，AB=BC=2，

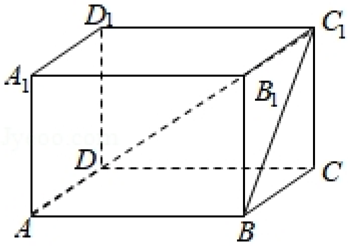
AC_1与平面BB_1C_1C所成的角为30°，

即$\angle AC_1B=30°$，可得$BC_1=\frac{AB}{\tan 30°}=2\sqrt{3}$.

可得$BB_1=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$.

所以该长方体的体积为：$2\times 2\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

故选：C.



【点评】本题考查长方体的体积的求法，直线与平面所成角的求法，考查计算能力．

11．（5 分）已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边上有两点 A（1，a），B（2，b），且 $\cos2\alpha=\frac{2}{3}$，则 $|a-b|=$（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．1

【考点】G9：任意角的三角函数的定义；GS：二倍角的三角函数．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；56：三角函数的求值．

【分析】推导出 $\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{2}{3}$，从而 $|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{30}}{6}$，进而 $|\tan\alpha|=|\frac{b-a}{2-1}|=|a-b|=\frac{\sqrt{5}}{5}$．由此能求出结果．

【解答】解：∵角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，

终边上有两点 A（1，a），B（2，b），且 $\cos2\alpha=\frac{2}{3}$，

∴$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{2}{3}$，解得 $\cos^2\alpha=\frac{5}{6}$，

∴$|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{30}}{6}$，∴$|\sin\alpha|=\sqrt{1-\frac{30}{36}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

$$|\tan\alpha|=|\frac{b-a}{2-1}|=|a-b|=\frac{|\sin\alpha|}{|\cos\alpha|}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{6}}{\frac{\sqrt{30}}{6}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选：B．

【点评】本题考查两数差的绝对值的求法，考查二倍角公式、直线的斜率等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

12. （5 分）设函数 f（x）=$\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\ 1, & x>0\end{cases}$，则满足 f（x+1）＜f（2x）的 x 的取值范围是（　　）

A. （﹣ ∞，﹣ 1］ B. （0，+∞）　　C. （﹣ 1，0）　　D. （﹣ ∞，0）

【考点】5B：分段函数的应用．

【专题】11：计算题；31：数形结合；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】画出函数的图象，利用函数的单调性列出不等式转化求解即可．

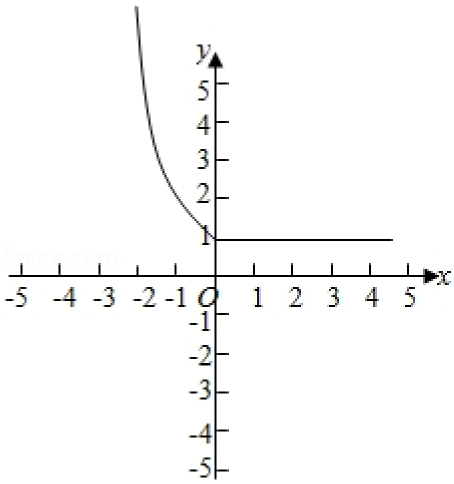
【解答】解：函数 f（x）=$\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0\\ 1, & x>0\end{cases}$，的图象如图：

满足 f（x+1）＜f（2x），

可得：2x＜0＜x+1 或 2x＜x+1≤0，

解得 x∈（﹣ ∞，0）．

故选：D．



【点评】本题考查分段函数的应用，函数的单调性以及不等式的解法，考查计算能力．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. （5 分）已知函数 f（x）=$\log_2$（x^2+a），若 f（3）=1，则 a=__﹣ 7__．

【考点】3T：函数的值；53：函数的零点与方程根的关系．

【专题】11：计算题；33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】直接利用函数的解析式，求解函数值即可．

【解答】解：函数 $f(x)=\log_2(x^2+a)$，若 $f(3)=1$，

可得：$\log_2(9+a)=1$，可得 $a=-7$．

故答案为：-7．

【点评】本题考查函数的解析式的应用，函数的领导与方程根的关系，是基本知识的考查．

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2\leqslant 0 \\ x-y+1\geqslant 0 \\ y\leqslant 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为__6__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】31：数形结合；4R：转化法；59：不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义进行求解即可．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：

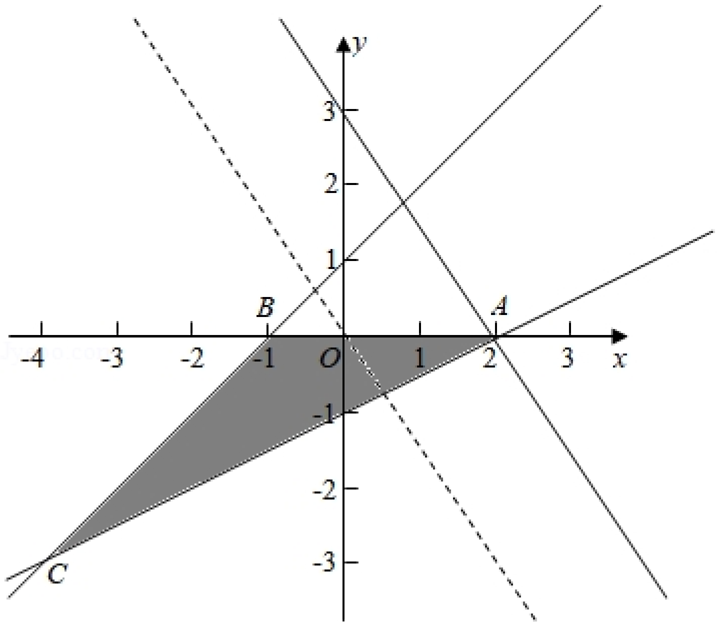
由 $z=3x+2y$ 得 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，

平移直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，

由图象知当直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$ 经过点 A（2，0）时，直线的截距最大，此时 z 最大，

最大值为 $z=3\times 2=6$，

故答案为：6



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义以及数形结合是解决本题的关键．

15．（5 分）直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 A，B 两点，则|AB|=__$2\sqrt{2}$__．

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】求出圆的圆心与半径，通过点到直线的距离以及半径、半弦长的关系，求解即可．

【解答】解：圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 的圆心（0，－1），半径为：2，

圆心到直线的距离为：$\frac{|0+1+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

所以|AB|=$2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$．

故答案为：$2\sqrt{2}$．

【点评】本题考查直线与圆的位置关系的应用，弦长的求法，考查计算能力．

16．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知

$b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，$b^2+c^2-a^2=8$，则△ABC 的面积为__$\frac{2\sqrt{3}}{3}$__.

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理.

【专题】35：转化思想；56：三角函数的求值；58：解三角形.

【分析】直接利用正弦定理求出 A 的值，进一步利用余弦定理求出 bc 的值，最后求出三角形的面积.

【解答】解：△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.

$b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，

利用正弦定理可得 $\sin B\sin C+\sin C\sin B=4\sin A\sin B\sin C$，

由于 $0<B<\pi$，$0<C<\pi$，

所以 $\sin B\sin C\neq 0$，

所以 $\sin A=\frac{1}{2}$，

则 $A=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$

由于 $b^2+c^2-a^2=8$，

则：$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

①当 $A=\frac{\pi}{6}$ 时，$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8}{2bc}$，

解得 $bc=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

②当 $A=\frac{5\pi}{6}$ 时，$-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8}{2bc}$，

解得 $bc=-\frac{8\sqrt{3}}{3}$（不合题意），舍去.

故：$S_{\triangle ABC}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本体考察的知识要点：三角函数关系式的恒等变换，正弦定理和余弦定理的应用及三角形面积公式的应用.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$na_{n+1}=2(n+1)a_n$，设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

（1）求 b_1，b_2，b_3；

（2）判断数列$\{b_n\}$是否为等比数列，并说明理由；

（3）求$\{a_n\}$的通项公式．

【考点】87：等比数列的性质；8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】35：转化思想；54：等差数列与等比数列．

【分析】（1）直接利用已知条件求出数列的各项．

（2）利用定义说明数列为等比数列．

（3）利用（1）（2）的结论，直接求出数列的通项公式．

【解答】解：（1）数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$na_{n+1}=2(n+1)a_n$，

则：$\frac{\frac{a_{n+1}}{n+1}}{\frac{a_n}{n}}=2$（常数），

由于 $b_n=\frac{a_n}{n}$，

故：$\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$，

数列$\{b_n\}$是以 b_1 为首项，2 为公比的等比数列．

整理得：$b_n=b_1\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}$，

所以：$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$．

（2）数列$\{b_n\}$是为等比数列，

由于$\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$（常数）；

（3）由（1）得：$b_n=2^{n-1}$，

根据$b_n=\frac{a_n}{n}$，

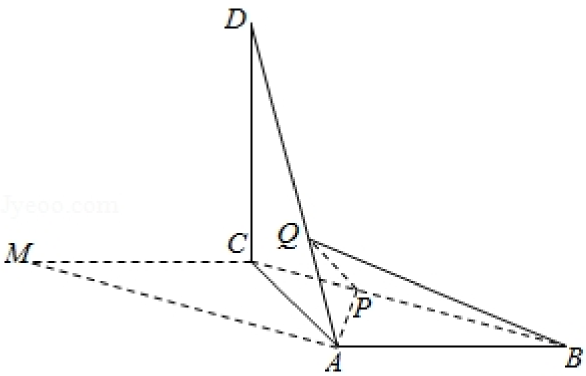
所以：$a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

【点评】本题考查的知识要点：数列的通项公式的求法及应用．

18．（12分）如图，在平行四边形ABCM中，AB=AC=3，∠ACM=90°，以AC为折痕将△ACM折起，使点M到达点D的位置，且AB⊥DA．

（1）证明：平面ACD⊥平面ABC；

（2）Q为线段AD上一点，P为线段BC上一点，且$BP=DQ=\frac{2}{3}DA$，求三棱锥Q﹣ABP的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LY：平面与平面垂直．

【专题】35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）可得AB⊥AC，AB⊥DA．且AD∩AC=A，即可得AB⊥面ADC，平面ACD⊥平面ABC；

（2）首先证明DC⊥面ABC，再根据$BP=DQ=\frac{2}{3}DA$，可得三棱锥Q﹣ABP的高，求出三角形ABP的面积即可求得三棱锥Q﹣ABP的体积．

【解答】解：（1）证明：∵在平行四边形ABCM中，∠ACM=90°，∴AB⊥AC，

又AB⊥DA．且AD∩AC=A，

∴AB⊥面ADC，∴AB⊂面ABC，

∴平面ACD⊥平面ABC；

（2）∵AB=AC=3，∠ACM=90°，∴$AD=AM=3\sqrt{2}$，

$\therefore BP=DQ=\frac{2}{3}DA=2\sqrt{2}$，

由（1）得 DC⊥AB，又 DC⊥CA，∴DC⊥面 ABC，

∴三棱锥 Q－ ABP 的体积 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABP}\times\frac{1}{3}DC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}\times\frac{1}{3}DC=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times3\times\frac{1}{3}\times3=1$.

【点评】本题考查面面垂直，考查三棱锥体积的计算，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．

19．（12 分）某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据（单位：m^3）和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据，得到频数分布表如下：

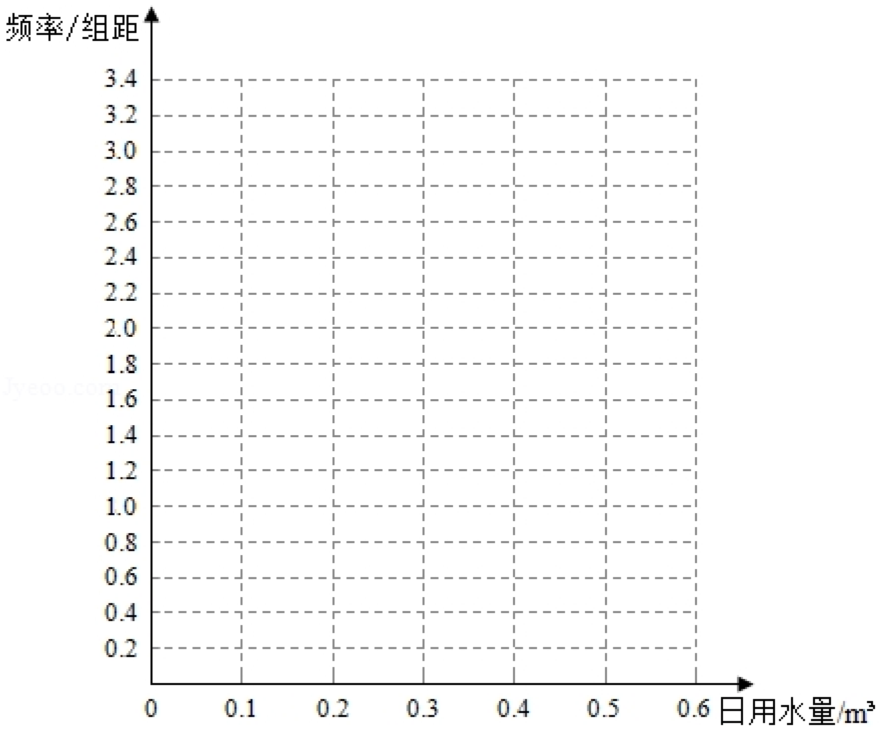
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0，0.1）	[0.1，0.2）	[0.2，0.3）	[0.3，0.4）	[0.4，0.5）	[0.5，0.6）	[0.6，0.7）
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0，0.1）	[0.1，0.2）	[0.2，0.3）	[0.3，0.4）	[0.4，0.5）	[0.5，0.6）
频数	1	5	13	10	16	5

（1）作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图；



（2）估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率；

（3）估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

【考点】B7：分布和频率分布表；B8：频率分布直方图．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计．

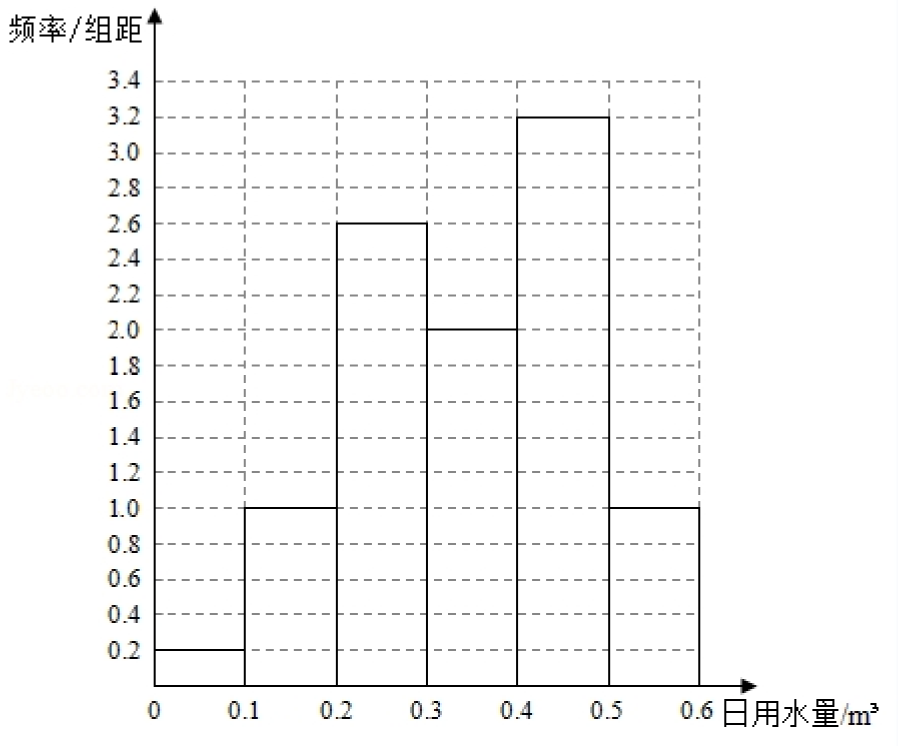
【分析】（1）根据使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表能作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图．

（2）根据频率分布直方图能求出该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率．

（3）由题意得未使用水龙头 50 天的日均水量为 0.48，使用节水龙头 50 天的日均用水量为 0.35，能此能估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水．

【解答】解：（1）根据使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表，

作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图，如下图：



（2）根据频率分布直方图得：

该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35m^3 的概率为：

p=（0.2+1.0+2.6+1）×0.1=0.48.

（3）由题意得未使用水龙头 50 天的日均水量为：

$\frac{1}{50}$（1×0.05+3×0.15+2×0.25+4×0.35+9×0.45+26×0.55+5×0.65）=0.48，

使用节水龙头 50 天的日均用水量为：

$\frac{1}{50}$（1×0.05+5×0.15+13×0.25+10×0.35+16×0.45+5×0.55）=0.35，

∴估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省：365×（0.48﹣ 0.35）=47.45m^3.

【点评】本题考查频率分由直方图的作法，考查概率的求法，考查平均数的求法及应用等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

20. （12 分）设抛物线 C：$y^2=2x$，点 A（2，0），B（﹣ 2，0），过点 A 的直线 l 与 C 交于 M，N 两点.

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 BM 的方程；

（2）证明：∠ABM=∠ABN.

【考点】KN：直线与抛物线的综合.

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（1）当 $x=2$ 时，代入求得 M 点坐标，即可求得直线 BM 的方程；

（2）设直线 l 的方程，联立，利用韦达定理及直线的斜率公式即可求得 $k_{BN}+k_{BM}=0$，即可证明∠ABM=∠ABN.

【解答】解：（1）当 l 与 x 轴垂直时，$x=2$，代入抛物线解得 $y=\pm2$，

所以 M（2，2）或 M（2，－2），

直线 BM 的方程：$y=\frac{1}{2}x+1$，或：$y=-\frac{1}{2}x-1$.

（2）证明：设直线 l 的方程为 l：$x=ty+2$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立直线 l 与抛物线方程得 $\begin{cases}y^2=2x\\x=ty+2\end{cases}$，消 x 得 $y^2-2ty-4=0$，

即 $y_1+y_2=2t$，$y_1y_2=-4$，

则有 $k_{BN}+k_{BM}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{(\frac{y_2^2}{2}\times y_1+\frac{y_1^2}{2}\times y_2)+2(y_1+y_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}=\frac{(y_1+y_2)(\frac{y_1y_2}{2}+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}=0$，

所以直线 BN 与 BM 的倾斜角互补，

∴∠ABM=∠ABN.

【点评】本题考查抛物线的性质，直线与抛物线的位置关系，考查韦达定理，直线的斜率公式，考查转化思想，属于中档题.

21．（12 分）已知函数 $f(x)=ae^x-\ln x-1$.

（1）设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 a，并求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）证明：当 $a\geqslant\frac{1}{e}$时，$f(x)\geqslant0$.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值；6E：

利用导数研究函数的最值．

【专题】14：证明题；35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）推导出 x＞0，f′（x）=$ae^x-\frac{1}{x}$，由 x=2 是 f（x）的极值点，解得 a=$\frac{1}{2e^2}$，从而 f（x）=$\frac{1}{2e^2}e^x-\ln x-1$，进而 f′（x）=$\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$，由此能求出 f（x）的单调区间．

（2）当 a≥$\frac{1}{e}$时，f（x）≥$\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，设 g（x）=$\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，则 $g'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$，由此利用导数性质能证明当 a≥$\frac{1}{e}$时，f（x）≥0．

【解答】解：（1）∵函数 f（x）=$ae^x-\ln x-1$．

∴x＞0，f′（x）=$ae^x-\frac{1}{x}$，

∵x=2 是 f（x）的极值点，

∴f′（2）=$ae^2-\frac{1}{2}$=0，解得 a=$\frac{1}{2e^2}$，

∴f（x）=$\frac{1}{2e^2}e^x-\ln x-1$，∴f′（x）=$\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$，

当 0＜x＜2 时，f′（x）＜0，当 x＞2 时，f′（x）＞0，

∴f（x）在（0，2）单调递减，在（2，+∞）单调递增．

（2）证明：当 a≥$\frac{1}{e}$时，f（x）≥$\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，

设 g（x）=$\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，则 $g'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$，

当 0＜x＜1 时，g′（x）＜0，

当 x＞1 时，g′（x）＞0，

∴x=1 是 g（x）的最小值点，

故当 x＞0 时，g（x）≥g（1）=0，

∴当 a≥$\frac{1}{e}$时，f（x）≥0．

【点评】本题考查函数的单调性、导数的运算及其应用，同时考查逻辑思维能力和综合应用能力，是中档题．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．（10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

（1）求 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】35：转化思想；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）直接利用转换关系，把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化．

（2）利用直线在坐标系中的位置，再利用点到直线的距离公式的应用求出结果．

【解答】解：（1）曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

转换为直角坐标方程为：$x^2+y^2+2x-3=0$，

转换为标准式为：$(x+1)^2+y^2=4$．

（2）由于曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$，则：该射线关于 y 轴对称，且恒过定点（0，2）．

由于该射线与曲线 C_2 的极坐标有且仅有三个公共点．

所以：必有一直线相切，一直线相交．

则：圆心到直线 $y=kx+2$ 的距离等于半径 2．

故：$\frac{|2-k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，或$\frac{|2+k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$

解得：$k=-\frac{4}{3}$或 0，（0 舍去）或 $k=\frac{4}{3}$或 0

经检验，直线$y=\frac{4}{3}x+2$与曲线 C_2 没有公共点．

故 C_1 的方程为：$y=-\frac{4}{3}|x|+2$．

【点评】本体考察知识要点：参数方程和极坐标方程与直角坐标方程的转化，直线和曲线的位置关系的应用，点到直线的距离公式的应用．

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．已知 f（x）=|x+1|－ |ax－ 1|.

（1）当 a=1 时，求不等式 f（x）＞1 的解集；

（2）若 x∈（0，1）时不等式 f（x）＞x 成立，求 a 的取值范围.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【专题】15：综合题；38：对应思想；4R：转化法；5T：不等式.

【分析】（1）去绝对值，化为分段函数，即可求出不等式的解集，

（2）当 x∈（0，1）时不等式 f（x）＞x 成立，转化为即|ax－ 1|＜1，即 0＜ax＜2，转化为 a＜$\frac{2}{x}$，且 a＞0，即可求出 a 的范围.

【解答】解：（1）当 a=1 时，f（x）=|x+1|－ |x－ 1|=$\begin{cases}2, & x>1\\ 2x, & -1\leqslant x\leqslant 1\\ -2, & x<-1\end{cases}$，

由 f（x）＞1，

∴$\begin{cases}2x>1\\ -1\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$或$\begin{cases}2>1\\ x>1\end{cases}$，

解得 x＞$\frac{1}{2}$，

故不等式 f（x）＞1 的解集为（$\frac{1}{2}$，+∞），

（2）当 x∈（0，1）时不等式 f（x）＞x 成立，

∴|x+1|－ |ax－ 1|－ x＞0，

即 x+1－ |ax－ 1|－ x＞0，

即|ax－ 1|＜1，

∴－ 1＜ax－ 1＜1，

∴0＜ax＜2，

∵x∈（0，1），

∴a＞0，

$\therefore 0 < x < \frac{2}{a}$,

$\therefore a < \frac{2}{x}$

$\because \frac{2}{x} > 2$,

$\therefore 0 < a \leq 2$,

故 a 的取值范围为（0，2].

【点评】本题考查了绝对值不等式的解法和含参数的取值范围，考查了运算能力和转化能力，属于中档题.