2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅰ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）已知集合 $A=\{x|x=3n+2，n\in N\}$，$B=\{6，8，10，12，14\}$，则集合 $A\cap B$ 中元素的个数为（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

2．（5分）已知点A（0，1），B（3，2），向量 $\overrightarrow{AC}=(-4，-3)$，则向量 $\overrightarrow{BC}=$（　　）

A．（－7，－4）　B．（7，4）　C．（－1，4）　D．（1，4）

3．（5分）已知复数z满足 $(z-1)i=1+i$，则 $z=$（　　）

A．$-2-i$　　B．$-2+i$　　C．$2-i$　　D．$2+i$

4．（5分）如果3个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这3个数为一组勾股数．从1，2，3，4，5中任取3个不同的数，则这3个数构成一组勾股数的概率为（　　）

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{10}$　　D．$\frac{1}{20}$

5．（5分）已知椭圆E的中心在坐标原点，离心率为 $\frac{1}{2}$，E的右焦点与抛物线C：$y^2=8x$ 的焦点重合，A，B是C的准线与E的两个交点，则 $|AB|=$（　　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

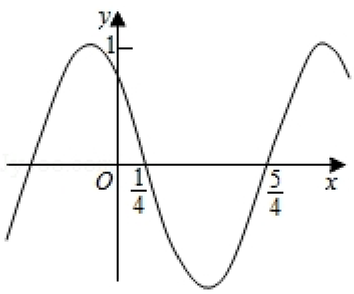
6．（5分）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题："今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？"其意思为："在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？"已知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有（　　）

A．14 斛　　　　B．22 斛　　　　C．36 斛　　　　D．66 斛

7．（5 分）已知$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_8=4S_4$，则 $a_{10}=$（　　）

A．$\frac{17}{2}$　　　　B．$\frac{19}{2}$　　　　C．10　　　　D．12

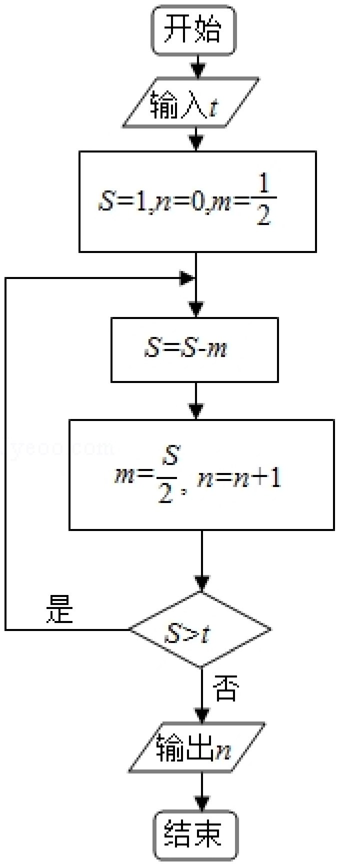
8．（5 分）函数 f（x）=cos（ωx+φ）的部分图象如图所示，则 f（x）的单调递减区间为（　　）



A．（$k\pi-\frac{1}{4}$，$k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z　　　　B．（$2k\pi-\frac{1}{4}$，$2k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z

C．（$k-\frac{1}{4}$，$k+\frac{3}{4}$），k∈z　　　　D．（$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z

9．（5 分）执行如图所示的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=（　　）

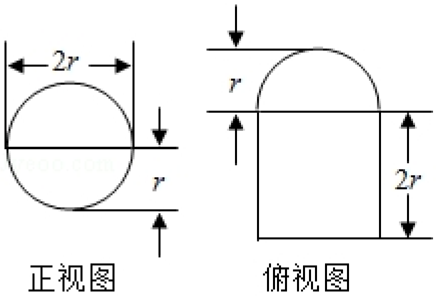


A．5　　B．6　　C．7　　D．8

10．（5分）已知函数f（x）$=\begin{cases}2^{x-1}-2, & x\leqslant 1\\ -\log_2(x+1), & x>1\end{cases}$，且f（a）=﹣3，则f（6﹣a）=（　　）

A．$-\frac{7}{4}$　　B．$-\frac{5}{4}$　　C．$-\frac{3}{4}$　　D．$-\frac{1}{4}$

11．（5分）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示．若该几何体的表面积为16+20π，则r=（　　）



A．1　　B．2　　C．4　　D．8

12．（5分）设函数y=f（x）的图象与y=2^{x+a}的图象关于y=﹣x对称，且f（﹣2）

+f（﹣ 4）=1，则 a=（　　）

A．﹣1　　B．1　　C．2　　D．4

二、本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13．（5 分）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$，S_n为$\{a_n\}$的前 n 项和，若$S_n=126$，则 n=_______.

14．（5 分）已知函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 的图象在点（1，f（1））处的切线过点（2，7），则 a=_______.

15．（5 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\ x-2y+1\leqslant 0\\ 2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$，则 z=3x+y 的最大值为_______.

16．（5 分）已知 F 是双曲线 C：$x^2-\frac{y^2}{8}=1$ 的右焦点，P 是 C 的左支上一点，A（0，$6\sqrt{6}$）．当△APF 周长最小时，该三角形的面积为_______.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（12 分）已知 a，b，c 分别是△ABC 内角 A，B，C 的对边，$\sin^2B=2\sin A\sin C$.

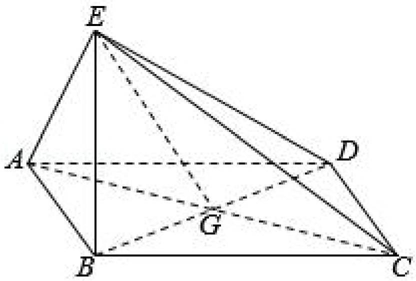
（Ⅰ）若 a=b，求 cosB；

（Ⅱ）设 B=90°，且 $a=\sqrt{2}$，求△ABC 的面积.

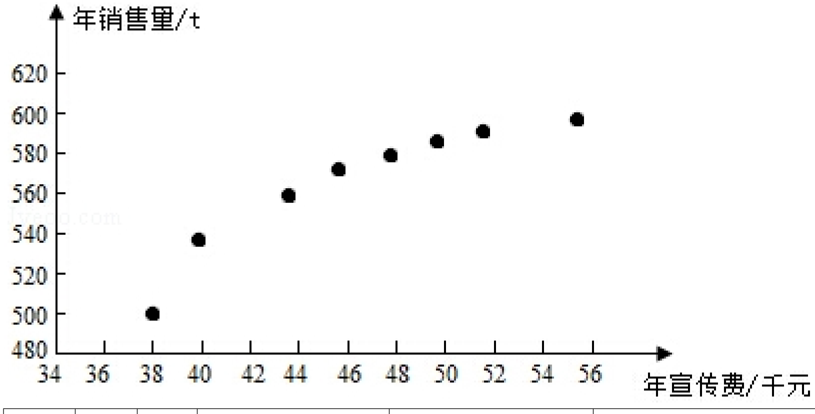
18．（12 分）如图，四边形 ABCD 为菱形，G 为 AC 与 BD 的交点，BE⊥平面 ABCD.

（Ⅰ）证明：平面 AEC⊥平面 BED；

（Ⅱ）若∠ABC=120°，AE⊥EC，三棱锥 E﹣ ACD 的体积为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求该三棱锥的侧面积.



19．（12 分）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x（单位：千元）对年销售量 y（单位：t）和年利润 z（单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费 x_i 和年销售量 y_i（i=1，2，…，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$

46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利润 z 与 x、y 的关系为 $z=0.2y-x$．根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费 $x=49$ 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费 x 为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据 $(u_1\ v_1)$，$(u_2\ v_2)$……$(u_n\ v_n)$，其回归线 $v=\alpha+\beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

20．（12 分）已知过点 A（0，1）且斜率为 k 的直线 l 与圆 C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于点 M、N 两点．

（1）求 k 的取值范围；

（2）若 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中 O 为坐标原点，求 $|MN|$．

21．（12 分）设函数 $f(x)=e^{2x}-a\ln x$．

（Ⅰ）讨论 f（x）的导函数 $f'(x)$ 零点的个数；

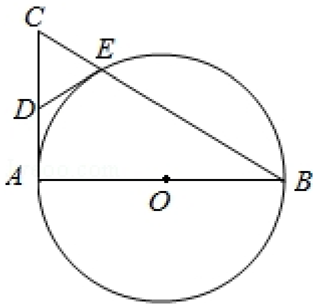
（Ⅱ）证明：当 $a>0$ 时，$f(x)\geqslant 2a+a\ln\frac{2}{a}$．

四、请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．【选修 4-1：几何证明选讲】

22．（10 分）如图，AB 是⊙O 的直径，AC 是⊙O 的切线，BC 交⊙O 于点 E．

（Ⅰ）若 D 为 AC 的中点，证明：DE 是⊙O 的切线；

（Ⅱ）若 $OA=\sqrt{3}CE$，求∠ACB 的大小．



五、【选修 4-4：坐标系与参数方程】

23．在直角坐标系 xOy 中，直线 C_1：$x=-2$，圆 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求 C_1，C_2 的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}$（$\rho\in R$），设 C_2 与 C_3 的交点为 M，N，求△C_2MN 的面积．

六、【选修 4-5：不等式选讲】

24．已知函数 $f(x)=|x+1|-2|x-a|$，$a>0$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围.

2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）已知集合A={x|x=3n+2，n∈N}，B={6，8，10，12，14}，则集合A∩B中元素的个数为（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】5J：集合.

【分析】根据集合的基本运算进行求解.

【解答】解：A={x|x=3n+2，n∈N}={2，5，8，11，14，17，…}，

则A∩B={8，14}，

故集合A∩B中元素的个数为2个，

故选：D.

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础.

2．（5分）已知点A（0，1），B（3，2），向量$\overrightarrow{AC}$=（﹣4，﹣3），则向量$\overrightarrow{BC}$=（　　）

A．（﹣7，﹣4）　B．（7，4）　C．（﹣1，4）　D．（1，4）

【考点】9J：平面向量的坐标运算.

【专题】5A：平面向量及应用.

【分析】顺序求出有向线段$\overrightarrow{AB}$，然后由$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$求之.

【解答】解：由已知点A（0，1），B（3，2），得到$\overrightarrow{AB}$=（3，1），向量$\overrightarrow{AC}$=（﹣4，﹣3），

则向量$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=$（－ 7，－ 4）；

故选：A.

【点评】本题考查了有向线段的坐标表示以及向量的三角形法则的运用；注意有向线段的坐标与两个端点的关系，顺序不可颠倒.

3．（5 分）已知复数 z 满足（z－ 1）i=1+i，则 z=（　　）

A．－ 2－ i　　B．－ 2+i　　C．2－ i　　D．2+i

【考点】A5：复数的运算.

【专题】5N：数系的扩充和复数.

【分析】由已知等式变形，然后利用复数代数形式的乘除运算化简求得 z－ 1，进一步求得 z.

【解答】解：由（z－ 1）i=1+i，得 $z-1=\frac{1+i}{i}=\frac{-i(1+i)}{-i^2}=1-i$，

∴z=2－ i.

故选：C.

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题.

4．（5 分）如果 3 个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这 3 个数为一组勾股数．从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数，则这 3 个数构成一组勾股数的概率为（　　）

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{10}$　　D．$\frac{1}{20}$

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】一一列举出所有的基本事件，再找到勾股数，根据概率公式计算即可.

【解答】解：从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数，有（1，2，3），（1，2，4），（1，2，5），（1，3，4），（1，3，5），（1，4，5）（2，3，4），

（2，3，5），（2，4，5），（3，4，5）共 10 种，

其中只有（3，4，5）为勾股数，

故这 3 个数构成一组勾股数的概率为$\frac{1}{10}$.

故选：C.

【点评】本题考查了古典概型概率的问题，关键是不重不漏的列举出所有的基本事件，属于基础题.

5．（5 分）已知椭圆 E 的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E 的右焦点与抛物线 C：$y^2=8x$ 的焦点重合，A，B 是 C 的准线与 E 的两个交点，则|AB|=（　　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合；KI：圆锥曲线的综合.

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】利用椭圆的离心率以及抛物线的焦点坐标，求出椭圆的半长轴，然后求解抛物线的准线方程，求出 A，B 坐标，即可求解所求结果.

【解答】解：椭圆 E 的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E 的右焦点（c，0）与抛物线 C：$y^2=8x$ 的焦点（2，0）重合，

可得 c=2，a=4，$b^2=12$，椭圆的标准方程为：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，

抛物线的准线方程为：x=﹣2，

由$\begin{cases} x=-2 \\ \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1 \end{cases}$，解得 y=±3，所以 A（﹣2，3），B（﹣2，﹣3）.

|AB|=6.

故选：B.

【点评】本题考查抛物线以及椭圆的简单性质的应用，考查计算能力.

6．（5 分）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问

题：”今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？“其意思为：”在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？“已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放的米约有（　　）

A． 14 斛　　B． 22 斛　　C． 36 斛　　D． 66 斛

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】根据圆锥的体积公式计算出对应的体积即可．

【解答】解：设圆锥的底面半径为 r，则$\frac{\pi}{2}$r=8，

解得 r=$\frac{16}{\pi}$，

故米堆的体积为$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{16}{\pi}\right)^2\times5\approx\frac{320}{9}$，

∵1 斛米的体积约为 1.62 立方，

∴$\frac{320}{9}\div1.62\approx22$，

故选：B．

【点评】本题主要考查椎体的体积的计算，比较基础．

7． （5 分）已知$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_8=4S_4$，则 a_{10}=（　　）

A． $\frac{17}{2}$　　B． $\frac{19}{2}$　　C． 10　　D． 12

【考点】83：等差数列的性质．

【专题】11：计算题；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的通项公式及其前 n 项和公式即可得出．

【解答】解：∵$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列，$S_8=4S_4$，

∴$8a_1+\frac{8\times7}{2}\times1=4\times(4a_1+\frac{4\times3}{2})$，

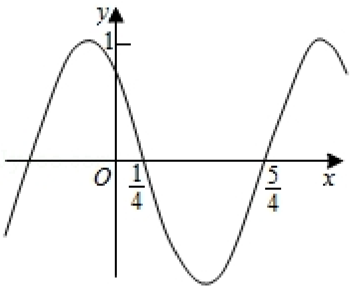
解得 $a_1=\frac{1}{2}$.

则 $a_{10}=\frac{1}{2}+9\times1=\frac{19}{2}$.

故选：B．

【点评】本题考查了等差数列的通项公式及其前 n 项和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5 分）函数 f（x）=cos（ωx+ϕ）的部分图象如图所示，则 f（x）的单调递减区间为（　　）



A．（$k\pi-\frac{1}{4}$，$k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z　　B．（$2k\pi-\frac{1}{4}$，$2k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z

C．（$k-\frac{1}{4}$，$k+\frac{3}{4}$），k∈z　　D．（$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z

【考点】HA：余弦函数的单调性．

【专题】57：三角函数的图像与性质．

【分析】由周期求出 ω，由五点法作图求出 ϕ，可得 f（x）的解析式，再根据余弦函数的单调性，求得 f（x）的减区间．

【解答】解：由函数 f（x）=cos（ωx+φ）的部分图象，可得函数的周期为$\frac{2\pi}{\omega}=2(\frac{5}{4}-\frac{1}{4})=2$，∴ω=π，f（x）=cos（πx+φ）．

再根据函数的图象以及五点法作图，可得$\frac{\pi}{4}+\varphi=\frac{\pi}{2}$，k∈z，即 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，f（x）=cos

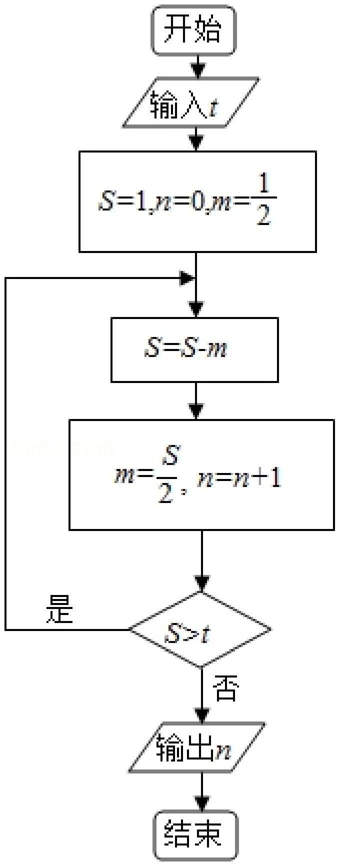
$(\pi x+\frac{\pi}{4})$．

由 $2k\pi\leqslant\pi x+\frac{\pi}{4}\leqslant2k\pi+\pi$，求得 $2k-\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant2k+\frac{3}{4}$，故 f（x）的单调递减区间为（$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z，

故选：D．

【点评】本题主要考查由函数 y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解析式，由周期求出 ω，由五点法作图求出 φ 的值；还考查了余弦函数的单调性，属于基础题．

9．（5 分）执行如图所示的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=（　　）



A．5　　B．6　　C．7　　D．8

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 n 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答

案.

【解答】解：第一次执行循环体后，S=$\frac{1}{2}$，m=$\frac{1}{4}$，n=1，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{4}$，m=$\frac{1}{8}$，n=2，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{8}$，m=$\frac{1}{16}$，n=3，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{16}$，m=$\frac{1}{32}$，n=4，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{32}$，m=$\frac{1}{64}$，n=5，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{64}$，m=$\frac{1}{128}$，n=6，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{128}$，m=$\frac{1}{256}$，n=7，满足退出循环的条件；

故输出的 n 值为 7，

故选：C.

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答.

10. （5 分）已知函数 f（x）=$\begin{cases}2^{x-1}-2, & x\leqslant 1\\ -\log_2(x+1), & x>1\end{cases}$，且 f（a）=﹣3，则 f（6﹣a）=（　　）

A. $-\frac{7}{4}$　　B. $-\frac{5}{4}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

【考点】3T：函数的值.

【专题】11：计算题；51：函数的性质及应用.

【分析】利用分段函数，求出 a，再求 f（6﹣a）.

【解答】解：由题意，a≤1 时，$2^{\alpha-1}-2=-3$，无解；

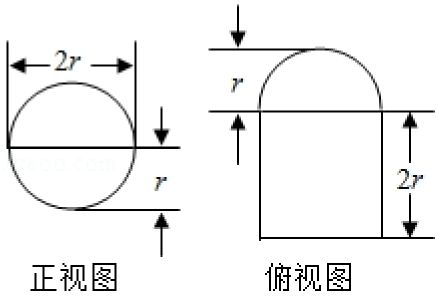
a＞1 时，$-\log_2$（a+1）=﹣3，∴α=7，

∴f（6﹣a）=f（﹣1）=$2^{-1-1}-2=-\frac{7}{4}$.

故选：A.

【点评】本题考查分段函数，考查学生的计算能力，比较基础．

11．（5 分）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示．若该几何体的表面积为 $16+20\pi$，则 r=（　　）



A．1　　B．2　　C．4　　D．8

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5Q：立体几何．

【分析】通过三视图可知该几何体是一个半球拼接半个圆柱，计算即可．

【解答】解：由几何体三视图中的正视图和俯视图可知，

截圆柱的平面过圆柱的轴线，

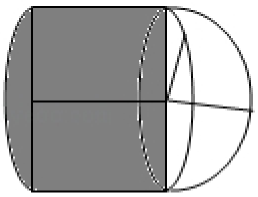
该几何体是一个半球拼接半个圆柱，

∴其表面积为：$\frac{1}{2}\times4\pi r^2+\frac{1}{2}\times\pi r^2+\frac{1}{2}\times2r\times2\pi r+2r\times2r+\frac{1}{2}\times\pi r^2=5\pi r^2+4r^2$，

又∵该几何体的表面积为 $16+20\pi$，

∴$5\pi r^2+4r^2=16+20\pi$，解得 r=2，

故选：B．



【点评】本题考查由三视图求表面积问题，考查空间想象能力，注意解题方法的积累，属于中档题．

12．（5 分）设函数 y=f（x）的图象与 $y=2^{x+a}$ 的图象关于 y=﹣ x 对称，且 f（﹣ 2）+f（﹣ 4）=1，则 a=（　　）

A．﹣ 1　　B．1　　C．2　　D．4

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】26：开放型；51：函数的性质及应用．

【分析】先求出与 $y=2^{x+a}$ 的反函数的解析式，再由题意 f（x）的图象与 $y=2^{x+a}$ 的反函数的图象关于原点对称，继而求出函数 f（x）的解析式，问题得以解决．

【解答】解：∵与 $y=2^{x+a}$ 的图象关于 y=x 对称的图象是 $y=2^{x+a}$ 的反函数，

$y=\log_2x-a$（x＞0），

即 g（x）$=\log_2x-a$，（x＞0）．

∵函数 y=f（x）的图象与 $y=2^{x+a}$ 的图象关于 y=﹣ x 对称，

∴f（x）=﹣ g（﹣ x）=﹣ $\log_2$（﹣ x）+a，x＜0，

∵f（﹣ 2）+f（﹣ 4）=1，

∴$-\log_22+a-\log_24+a=1$，

解得，a=2，

故选：C．

【点评】本题考查反函数的概念、互为反函数的函数图象的关系、求反函数的方法等相关知识和方法，属于基础题

二、本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．（5 分）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$，S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_n=126$，则 n=__6__．

【考点】89：等比数列的前 n 项和．

【专题】11：计算题；54：等差数列与等比数列．

【分析】由 $a_{n+1}=2a_n$，结合等比数列的定义可知数列$\{a_n\}$是 $a_1=2$ 为首项，以 2 为公比的等比数列，代入等比数列的求和公式即可求解.

【解答】解：∵$a_{n+1}=2a_n$，

∴$\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，

∵$a_1=2$，

∴数列$\{a_n\}$是 $a_1=2$ 为首项，以 2 为公比的等比数列，

∴$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2=126$，

∴$2^{n+1}=128$，

∴$n+1=7$，

∴$n=6$.

故答案为：6

【点评】本题主要考查了等比数列的通项公式及求和公式的简单应用，解题的关键是熟练掌握基本公式.

14．（5 分）已知函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 的图象在点（1，f（1））处的切线过点（2，7），则 a=__1__.

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】53：导数的综合应用.

【分析】求出函数的导数，利用切线的方程经过的点求解即可.

【解答】解：函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 的导数为：$f'(x)=3ax^2+1$，$f'(1)=3a+1$，而 $f(1)=a+2$，

切线方程为：$y-a-2=(3a+1)(x-1)$，因为切线方程经过（2，7），

所以 $7-a-2=(3a+1)(2-1)$，

解得 a=1.

故答案为：1.

【点评】本题考查函数的导数的应用，切线方程的求法，考查计算能力.

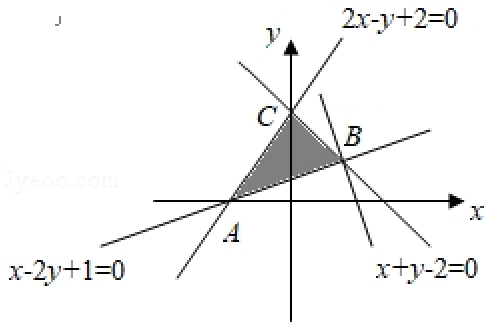
15．（5 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\x-2y+1\leqslant 0\\2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$，则 z=3x+y 的最大值为__4__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，代入最优解的坐标得答案．

【解答】解：由约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\x-2y+1\leqslant 0\\2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，



化目标函数 z=3x+y 为 y=﹣ 3x+z，

由图可知，当直线 y=﹣ 3x+z 过 B（1，1）时，直线在 y 轴上的截距最大，

此时 z 有最大值为 3×1+1=4．

故答案为：4．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

16．（5 分）已知 F 是双曲线 C：$x^2-\frac{y^2}{8}=1$ 的右焦点，P 是 C 的左支上一点，A（0，$6\sqrt{6}$）．当△APF 周长最小时，该三角形的面积为__$12\sqrt{6}$__．

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；26：开放型；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用双曲线的定义，确定△APF 周长最小时，P 的坐标，即可求出△APF 周长最小时，该三角形的面积．

【解答】解：由题意，设 F′是左焦点，则△APF 周长 $=|AF|+|AP|+|PF|=|AF|+|AP|+|PF'|+2$

$\geq|AF|+|AF'|+2$（A，P，F′三点共线时，取等号），

直线 AF′的方程为$\frac{x}{-3}+\frac{y}{6\sqrt{6}}=1$与 $x^2-\frac{y^2}{8}=1$ 联立可得 $y^2+6\sqrt{6}y-96=0$，

∴P 的纵坐标为 $2\sqrt{6}$，

∴△APF 周长最小时，该三角形的面积为$\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{6}-\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=12\sqrt{6}$．

故答案为：$12\sqrt{6}$．

【点评】本题考查双曲线的定义，考查三角形面积的计算，确定 P 的坐标是关键．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（12 分）已知 a，b，c 分别是△ABC 内角 A，B，C 的对边，$\sin^2B=2\sin A\sin C$．

（Ⅰ）若 a=b，求 cosB；

（Ⅱ）设 B=90°，且 $a=\sqrt{2}$，求△ABC 的面积．

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理．

【专题】58：解三角形．

【分析】（I）$\sin^2B=2\sin A\sin C$，由正弦定理可得：$b^2=2ac$，再利用余弦定理即可得出．

（II）利用（I）及勾股定理可得 c，再利用三角形面积计算公式即可得出．

【解答】解：（I）∵$\sin^2B=2\sin A\sin C$，

由正弦定理可得：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{1}{k}>0$，

代入可得 $(bk)^2=2ak\cdot ck$，

∴$b^2=2ac$，

∵a=b，∴a=2c，

由余弦定理可得：$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+\frac{1}{4}a^2-a^2}{2a\times\frac{1}{2}a}=\frac{1}{4}$.

（II）由（I）可得：$b^2=2ac$，

∵B=90°，且 $a=\sqrt{2}$，

∴$a^2+c^2=b^2=2ac$，解得 $a=c=\sqrt{2}$.

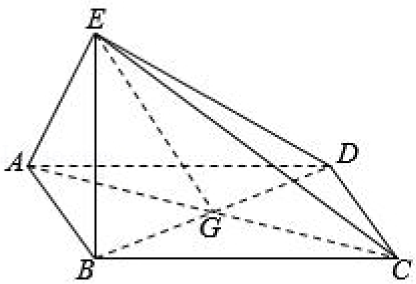
∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac=1$.

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、勾股定理、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

18．（12 分）如图，四边形 ABCD 为菱形，G 为 AC 与 BD 的交点，BE⊥平面 ABCD.

（Ⅰ）证明：平面 AEC⊥平面 BED；

（Ⅱ）若∠ABC=120°，AE⊥EC，三棱锥 E﹣ACD 的体积为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求该三棱锥的侧面积.



【考点】LE：棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积；LY：平面与平面垂直.

【专题】5F：空间位置关系与距离.

【分析】（Ⅰ）根据面面垂直的判定定理即可证明：平面 AEC⊥平面 BED；

（Ⅱ）根据三棱锥的条件公式，进行计算即可.

【解答】证明：（Ⅰ）∵四边形 ABCD 为菱形，

∴AC⊥BD，

∵BE⊥平面 ABCD，

∴$AC\perp BE$，

则 $AC\perp$平面 BED，

∵$AC\subset$平面 AEC，

∴平面 AEC⊥平面 BED；

解：（Ⅱ）设 AB=x，在菱形 ABCD 中，由∠ABC=120°，得 $AG=GC=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$GB=GD=\frac{x}{2}$，

∵BE⊥平面 ABCD，

∴BE⊥BG，则△EBG 为直角三角形，

∴$EG=\frac{1}{2}AC=AG=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

则 $BE=\sqrt{EG^2-BG^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

∵三棱锥 E－ ACD 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AC\bullet GD\bullet BE=\frac{\sqrt{6}}{24}x^3=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

解得 x=2，即 AB=2，

∵∠ABC=120°，

∴$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\bullet BC\cos ABC=4+4-2\times2\times2\times(-\frac{1}{2})=12$，

即 $AC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，

在三个直角三角形 EBA，EBD，EBC 中，斜边 AE=EC=ED，

∵AE⊥EC，∴△EAC 为等腰三角形，

则 $AE^2+EC^2=AC^2=12$，

即 $2AE^2=12$，

∴$AE^2=6$，

则 $AE=\sqrt{6}$，

∴从而得 $AE=EC=ED=\sqrt{6}$，

∴△EAC 的面积 $S=\frac{1}{2}\times EA\bullet EC=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}=3$，

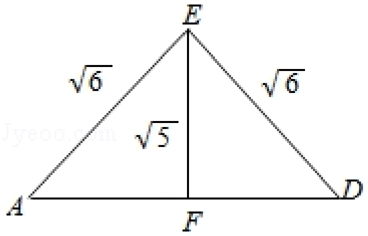
在等腰三角形 EAD 中，过 E 作 EF⊥AD 于 F，

则 $AE=\sqrt{6}$，$AF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times2=1$，

则 $EF=\sqrt{(\sqrt{6})^2-1^2}=\sqrt{5}$，

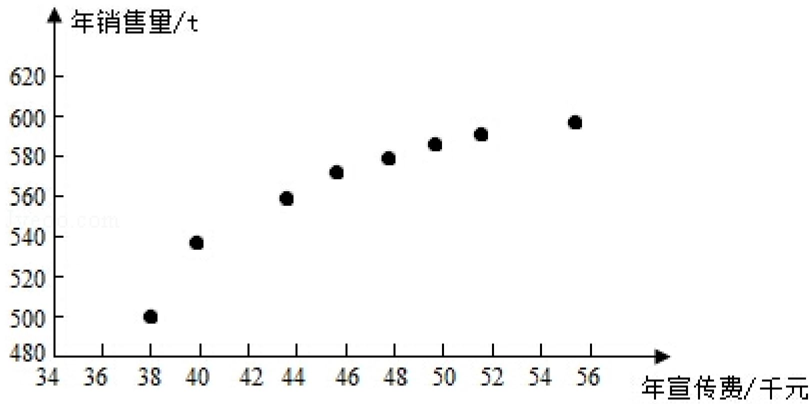
∴△EAD 的面积和△ECD 的面积均为 $S=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{5}=\sqrt{5}$，

故该三棱锥的侧面积为 $3+2\sqrt{5}$.



【点评】本题主要考查面面垂直的判定，以及三棱锥体积的计算，要求熟练掌握相应的判定定理以及体积公式.

19. （12 分）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x（单位：千元）对年销售量 y（单位：t）和年利润 z（单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费 x_i 和年销售量 y_i（i=1，2，…，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利润 z 与 x、y 的关系为 z=0.2y﹣ x．根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费 x=49 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费 x 为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1 v_1），（u_2 v_2）.....（u_n v_n），其回归线 v=α+βu 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

【考点】BK：线性回归方程．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据散点图，即可判断出，

（Ⅱ）先建立中间量 w=$\sqrt{x}$，建立 y 关于 w 的线性回归方程，根据公式求出 w，问题得以解决；

（Ⅲ）（i）年宣传费 x=49 时，代入到回归方程，计算即可，

（ii）求出预报值得方程，根据函数的性质，即可求出．

【解答】解：（Ⅰ）由散点图可以判断，y=c+d$\sqrt{x}$适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型；

（Ⅱ）令 w=$\sqrt{x}$，先建立 y 关于 w 的线性回归方程，由于$\hat{d}=\frac{108.8}{1.6}$=68，

$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\overline{w}$=563﹣ 68×6.8=100.6，

所以 y 关于 w 的线性回归方程为$\hat{y}$=100.6+68w，

因此 y 关于 x 的回归方程为$\hat{y}$=100.6+68$\sqrt{x}$，

（Ⅲ）（i）由（Ⅱ）知，当 x=49 时，年销售量 y 的预报值$\hat{y}$=100.6+68$\sqrt{49}$=576.6，

年利润 z 的预报值$\hat{z}$=576.6×0.2﹣ 49=66.32，

（ii）根据（Ⅱ）的结果可知，年利润 z 的预报值$\hat{z}$=0.2（100.6+68$\sqrt{x}$）

$-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$，

当$\sqrt{x}=\frac{13.6}{2}=6.8$时，即当 $x=46.24$ 时，年利润的预报值最大．

【点评】本题主要考查了线性回归方程和散点图的问题，准确的计算是本题的关键，属于中档题．

20．（12 分）已知过点 A（0，1）且斜率为 k 的直线 l 与圆 C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于点 M、N 两点．

（1）求 k 的取值范围；

（2）若$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中 O 为坐标原点，求$|MN|$．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算；J9：直线与圆的位置关系．

【专题】26：开放型；5B：直线与圆．

【分析】（1）由题意可得，直线 l 的斜率存在，用点斜式求得直线 l 的方程，根据圆心到直线的距离等于半径求得 k 的值，可得满足条件的 k 的范围．

（2）由题意可得，经过点 M、N、A 的直线方程为 $y=kx+1$，根据直线和圆相交的弦长公式进行求解．

【解答】（1）由题意可得，直线 l 的斜率存在，

设过点 A（0，1）的直线方程：$y=kx+1$，即：$kx-y+1=0$．

由已知可得圆 C 的圆心 C 的坐标（2，3），半径 R=1．

故由$\frac{|2k-3+1|}{\sqrt{k^2+1}}<1$，

故当$\frac{4-\sqrt{7}}{3}<k<\frac{4+\sqrt{7}}{3}$，过点 A（0，1）的直线与圆 C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 相交于 M，N 两点．

（2）设 M(x_1,y_1)；N(x_2,y_2)，

由题意可得，经过点 M、N、A 的直线方程为 $y=kx+1$，代入圆 C 的方程$(x-2)^2+(y-3)^2=1$，

可得 $(1+k^2)x^2-4(k+1)x+7=0$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{4(1+k)}{1+k^2}$，$x_1\bullet x_2=\frac{7}{1+k^2}$，

$\therefore y_1\bullet y_2=(kx_1+1)(kx_2+1)=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$

$=\frac{7}{1+k^2}\bullet k^2+k\bullet\frac{4(1+k)}{1+k^2}+1=\frac{12k^2+4k+1}{1+k^2}$，

由 $\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}=x_1\bullet x_2+y_1\bullet y_2=\frac{12k^2+4k+8}{1+k^2}=12$，解得 $k=1$，

故直线 l 的方程为 $y=x+1$，即 $x-y+1=0$.

圆心 C 在直线 l 上，MN 长即为圆的直径.

所以 $|MN|=2$.

【点评】本题主要考查直线和圆的位置关系的应用，以及直线和圆相交的弦长公式的计算，考查学生的计算能力.

21．（12 分）设函数 $f(x)=e^{2x}-a\ln x$.

（Ⅰ）讨论 f（x）的导函数 f′（x）零点的个数；

（Ⅱ）证明：当 a＞0 时，$f(x)\geqslant 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

【考点】53：函数的零点与方程根的关系；63：导数的运算；6E：利用导数研究函数的最值.

【专题】26：开放型；53：导数的综合应用.

【分析】（Ⅰ）先求导，在分类讨论，当 a≤0 时，当 a＞0 时，根据零点存在定理，即可求出；

（Ⅱ）设导函数 f′（x）在（0，+∞）上的唯一零点为 x_0，根据函数 f（x）的单调性得到函数的最小值 $f(x_0)$，只要最小值大于 $2a+a\ln\frac{2}{a}$，问题得以证明.

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=e^{2x}-a\ln x$ 的定义域为（0，+∞），

$\therefore f'(x)=2e^{2x}-\frac{a}{x}$.

当 a≤0 时，f′（x）＞0 恒成立，故 f′（x）没有零点，

当 a＞0 时，$\because y=e^{2x}$ 为单调递增，$y=-\frac{a}{x}$ 单调递增，

∴f′（x）在（0，+∞）单调递增，

又 f′（a）＞0，

假设存在 b 满足 0＜b＜ln$\frac{a}{2}$时，且 b＜$\frac{1}{4}$，f′（b）＜0，

故当 a＞0 时，导函数 f′（x）存在唯一的零点，

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，可设导函数 f′（x）在（0，+∞）上的唯一零点为 x_0，

当 x∈（0，x_0）时，f′（x）＜0，

当 x∈（x_0+∞）时，f′（x）＞0，

故 f（x）在（0，x_0）单调递减，在（x_0+∞）单调递增，

所欲当 x=x_0 时，f（x）取得最小值，最小值为 f（x_0），

由于 $2e^{2x_0}-\frac{a}{x_0}=0$，

所以 f（x_0）=$\frac{a}{2x_0}+2ax_0+a\ln\frac{2}{a}\geqslant 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

故当 a＞0 时，f（x）≥$2a+a\ln\frac{2}{a}$.

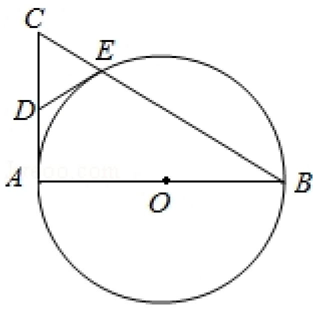
【点评】本题考查了导数和函数单调性的关系和最值的关系，以及函数的零点存在定理，属于中档题．

四、请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．【选修 4-1：几何证明选讲】

22．（10 分）如图，AB 是⊙O 的直径，AC 是⊙O 的切线，BC 交⊙O 于点 E．

（Ⅰ）若 D 为 AC 的中点，证明：DE 是⊙O 的切线；

（Ⅱ）若 OA=$\sqrt{3}$CE，求∠ACB 的大小．



【考点】N9：圆的切线的判定定理的证明．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】（Ⅰ）连接 AE 和 OE，由三角形和圆的知识易得∠OED=90°，可得 DE 是⊙O 的切线；

（Ⅱ）设 CE=1，AE=x，由射影定理可得关于 x 的方程 $x^2=\sqrt{12-x^2}$，解方程可得 x 值，可得所求角度．

【解答】解：（Ⅰ）连接 AE，由已知得 AE⊥BC，AC⊥AB，

在 RT△ABC 中，由已知可得 DE=DC，∴∠DEC=∠DCE，

连接 OE，则∠OBE=∠OEB，

又∠ACB+∠ABC=90°，∴∠DEC+∠OEB=90°，

∴∠OED=90°，∴DE 是⊙O 的切线；

（Ⅱ）设 CE=1，AE=x，

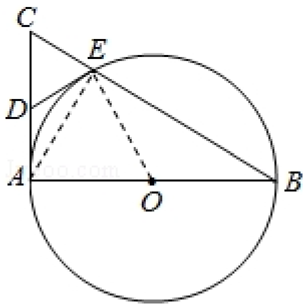
由已知得 $AB=2\sqrt{3}$，$BE=\sqrt{12-x^2}$，

由射影定理可得 $AE^2=CE\bullet BE$，

∴$x^2=\sqrt{12-x^2}$，即 $x^4+x^2-12=0$，

解方程可得 $x=\sqrt{3}$

∴∠ACB=60°



【点评】本题考查圆的切线的判定，涉及射影定理和三角形的知识，属基础题．

五、**【选修 4-4：坐标系与参数方程】**

23．在直角坐标系 xOy 中，直线 C_1：x=－2，圆 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求 C_1，C_2 的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}$（ρ∈R），设 C_2 与 C_3 的交点为 M，N，求△

C_2MN 的面积．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）由条件根据 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 求得 C_1，C_2 的极坐标方程．

（Ⅱ）把直线 C_3 的极坐标方程代入 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，求得 ρ_1 和 ρ_2 的值，结合圆的半径可得 $C_2M\perp C_2N$，从而求得△C_2MN 的面积 $\frac{1}{2}\cdot C_2M\cdot C_2N$ 的值．

【解答】解：（Ⅰ）由于 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，∴C_1：$x=-2$ 的

极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，

故 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的极坐标方程为：

$(\rho\cos\theta-1)^2+(\rho\sin\theta-2)^2=1$，

化简可得 $\rho^2-(2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta)+4=0$．

（Ⅱ）把直线 C_3 的极坐标方程 $\theta=\frac{\pi}{4}$（$\rho\in R$）代入

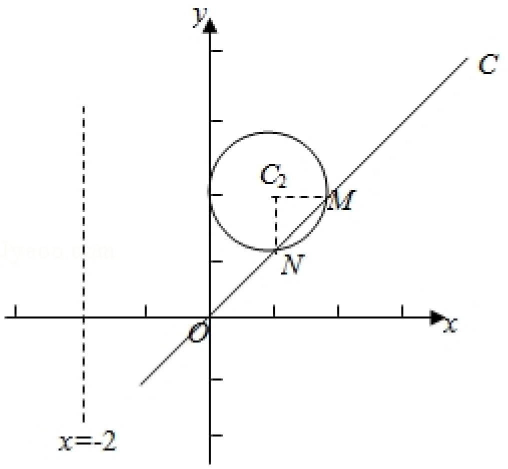
圆 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，

可得 $\rho^2-(2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta)+4=0$，

求得 $\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$，

∴$|MN|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{2}$，由于圆 C_2 的半径为 1，∴$C_2M\perp C_2N$，

△C_2MN 的面积为 $\frac{1}{2}\cdot C_2M\cdot C_2N=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1=\frac{1}{2}$.



【点评】本题主要考查简单曲线的极坐标方程，点的极坐标的定义，属于基础题．

六、【选修 4-5：不等式选讲】

24．已知函数 f（x）=|x+1|﹣ 2|x﹣ a|，a＞0．

（Ⅰ）当 a=1 时，求不等式 f（x）＞1 的解集；

（Ⅱ）若 f（x）的图象与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）当 a=1 时，把原不等式去掉绝对值，转化为与之等价的三个不等式组，分别求得每个不等式组的解集，再取并集，即得所求．（Ⅱ）化简函数 f（x）的解析式，求得它的图象与 x 轴围成的三角形的三个顶点的坐标，从而求得 f（x）的图象与 x 轴围成的三角形面积；再根据 f（x）的图象与 x 轴围成的三角形面积大于 6，从而求得 a 的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）当 a=1 时，不等式 f（x）＞1，即|x+1|﹣ 2|x﹣ 1|＞1，

即$\begin{cases}x<-1\\-x-1-2(1-x)>1\end{cases}$①，或$\begin{cases}-1\leqslant x<1\\x+1-2(1-x)>1\end{cases}$②，

或$\begin{cases}x\geqslant 1\\x+1-2(x-1)>1\end{cases}$③．

解①求得 x∈∅，解②求得$\frac{2}{3}<x<1$，解③求得 1≤x＜2．

综上可得，原不等式的解集为（$\frac{2}{3}$，2）．

（Ⅱ）函数 f（x）=|x+1|﹣ 2|x﹣ a|=$\begin{cases}x-1-2a, & x<-1\\3x+1-2a, & -1\leqslant x\leqslant a\\-x+1+2a, & x>a\end{cases}$，

由此求得 f（x）的图象与 x 轴的交点 A （$\frac{2a-1}{3}$，0），

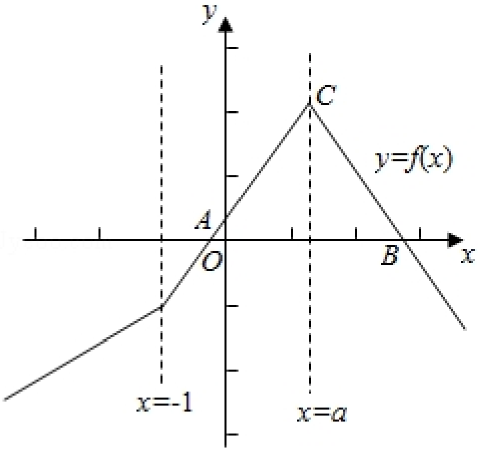
B（2a+1，0），

故 f（x）的图象与 x 轴围成的三角形的第三个顶点 C（a，a+1），

由△ABC 的面积大于 6，

可得$\frac{1}{2}[2a+1-\frac{2a-1}{3}]\cdot(a+1)>6$，求得 $a>2$.

故要求的 a 的范围为（2，+∞）.



【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，体现了转化、分类讨论的数学思想，属于中档题.