



统计概率-高考必做题

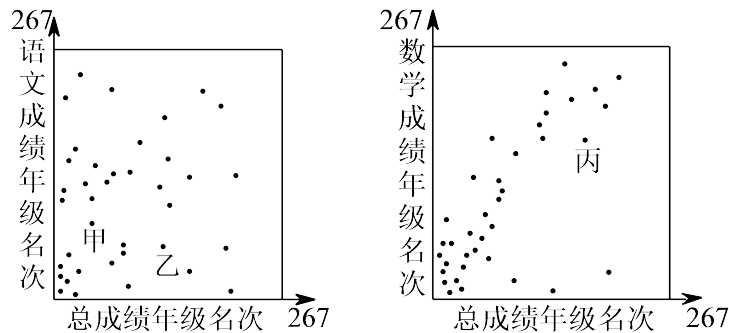
- 1 2017年冬，北京雾霾天数明显减少．据环保局统计三个月的空气质量，达到优良的天数超过70天，重度污染的天数仅有4天．主要原因是政府对治理雾霾采取了有效措施，如：①减少机动车尾气排放．②实施了煤改电或煤改气工程．③关停了大量的排污企业．④部分企业季节性的停产．为了解农村地区实施煤改气工程后天燃气使用情况，从某乡镇随机抽取100户，进行月均用气量调查，得到的用气量数据（单位：千立方米）均在区间 $(0, 5]$ 内，将数据按区间列表如下：

分组	频数	频率
$(0, 1]$	14	0.14
$(1, 2]$	x	m
$(2, 3]$	55	0.55
$(3, 4]$	4	0.04
$(4, 5]$	2	0.02
合计	100	1

- (1) 求表中 x ， m 的值，若同组中的每个数据用该组区间的中点值代替，估计该乡镇每户月平均用气量．
- (2) 从用气量在区间 $(3, 4]$ 和区间 $(4, 5]$ 的用户中任选3户，进行燃气使用的满意度调查，求这3户用气量处于不同区间的概率．
- (3) 若将频率看成概率，从该乡镇中任意选出了3户，用 X 表示用气量在区间 $(1, 3]$ 内的户数，求 X 的分布列和期望．



- 2 高三年级267位学生参加期末考试，某班37位学生的语文成绩，数学成绩与总成绩在全年级中的排名情况如图所示，甲、乙、丙为该班三位学生。



从这次考试成绩看，

- ①在甲、乙两人中，其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是 _____。
- ②在语文和数学两个科目中，丙同学的成绩名次更靠前的科目是 _____。

- 3 交强险是车主必须为机动车购买的险种，若普通6座以下私家车投保交强险第一年的费用（基准保费）统一为 a 元，在下一年度续保时，实行的是费率浮动机制，保费与上一年度车辆发生道路交通事故的情况相联系，发生交通事故的次数越多，费率就越高，具体浮动情况如表：

	浮动因素	浮动比率
A_1	上一年度未发生有责任道路交通事故	下浮10%
A_2	上两个年度未发生有责任道路交通事故	下浮20%
A_3	上三个及以上年度未发生有责任道路交通事故	下浮30%
A_4	上一年度发生一次有责任不涉及死亡的道路交通事故	0%
A_5	上一年度发生两次及两次以上有责任道路交通事故	上浮10%
A_6	上一年度发生有责任道路交通死亡事故	上浮30%

某机构为了解某一品牌普通6座以下私家车的投保情况，随机抽取了100辆车龄已满三年的该品牌同型号私家车的下一年续保时的情况，统计如下表：

类型	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
数量	20	10	10	30	20	10



以这100辆该品牌车的投保类型的频率代替一辆车投保类型的概率，完成下列问题．

(1) 按照我国《机动车交通事故责任强制保险条例》汽车交强险价格的规定， $a = 950$ （元），记 x 为某同学家的一辆该品牌车在第四年续保时的费用，求 x 的分布列与数学期望．

(2) 某二手车销售商专门销售这一品牌的二手车，且将下一年的交强险保费高于基本保费的车辆记为事故车，假设购进一辆事故车亏损5000元，一辆非事故车盈利10000元．

① 若该销售商购进三辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求这三辆车中至多有一辆事故车的概率．

② 若该销售商一次购进100辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求该销售商获得利润的期望值．

4

“微信运动”是一个类似计步数据库的公众帐号．用户只需以运动手环或手机协处理器的运动数据为介，然后关注该公众号，就能看见自己与好友每日行走的步数，并在同一排行榜上得以体现．现随机选取朋友圈中的50人，记录了他们某一天的走路步数，并将数据整理如下：

步数/步	0 ~ 3000	3001-6000	6001-8000	8001-10000	10000以上
男性人数/人	1	2	7	15	5
女性人数/人	0	3	5	9	3

规定：人一天行走的步数超过8000步时被系统速定为“积极性”，否则为“懈怠性”．

(1) (1) 填写下面列联表（单位：人），根据列联表判断是否有90%的把握认为“评定类型与性别有关”：

	积极性	懈怠性	总计
男			
女			
总计			

附

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} .$$

(2)



为了进一步了解“懈怠性”人群中每个人的生活习惯，从步行数在3001~6000的人群中再随机抽取3人，求选中的人中男性人数超过女性人数的概率。

- 5 “微信运动”是一个类似计步数据库的公众帐号。用户只需以运动手环或手机协处理器的运动数据为介，然后关注该公众号，就能看见自己与好友每日行走的步数，并在同一排行榜上得以体现。现随机选取朋友圈中的50人，记录了他们某一天的走路步数，并将数据整理如下：

步数/步	0 ~ 3000	3001~6000	6001~8000	8001~10000	10000以上
男性人数/人	1	2	7	15	5
女性人数/人	0	3	7	9	1

规定：人一天行走的步数超过8000步时被系统评定为“积极性”，否则为“懈怠性”。

- (1) 以这50人这一天行走的步数的频率代替1人一天行走的步数发生的概率，记 X 表示随机抽取3人中被系统评为“积极性”的人数，求 $P(X \leq 2)$ 和 X 的数学期望。
- (2) 为调查评定系统的合理性，拟从这50人中先抽取10人（男性6人女性4人）。其中男性中被系统评定为“积极性”的有4人，“懈怠性”的有2人，从中任意选取3人，记选到“积极性”的人数为 x ；其中女性中被系统评定为“积极性”和“懈怠性”的各有2人，从中任意选取2人，记选到“积极性”的人数为 y ；求 $x > y$ 的概率。

- 6 调查表明：甲种农作物的长势与海拔高度、土壤酸碱度、空气湿度的指标有极强的相关性，现将这三项的指标分别记为 x, y, z ，并对它们进行量化：0表示不合格，1表示临界合格，2表示合格，再用综合指标 $\omega = x + y + z$ 的值评定这种农作物的长势等级，若 $\omega \geq 4$ ，则长势为一级。若 $2 \leq \omega \leq 3$ ，则长势为二级。若 $0 \leq \omega \leq 1$ ，则长势为三级，为了了解目前这种农作物长势情况，研究人员随机抽取10块种植地，得到如表中结果：

种植地编号	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
(x, y, z)	(1, 1, 2)	(2, 1, 1)	(2, 2, 2)	(0, 0, 1)	(1, 2, 1)
种植地编号	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
(x, y, z)	(1, 1, 2)	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	(1, 2, 1)	(1, 1, 1)

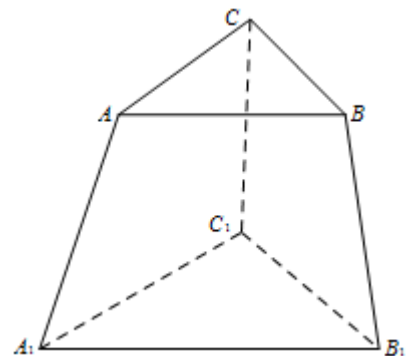
- (1) 在这10块该农作物的种植地中任取两块地，求这两块地的空气湿度的指标 z 相同的概率。
- (2)



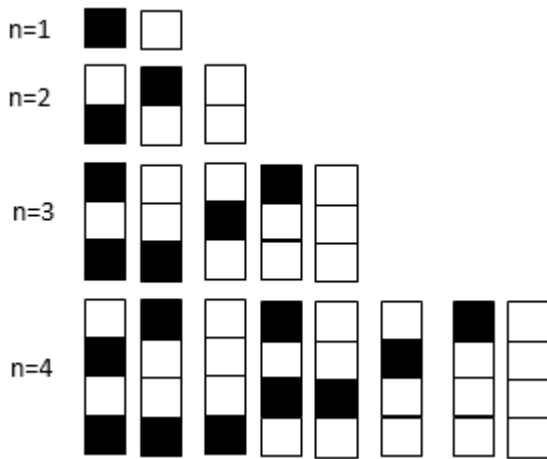
从长势等级是一级的种植地中任取一块地，其综合指标为 A ，从长势等级不是一级的种植地中任取一块地，其综合指标为 B ，记随机变量 $X = A - B$ ，求 X 的分布列及其数学期望。

- 7 在一场娱乐晚会上，有5位民间歌手(1至5号)登台演唱，由现场数百名观众投票选出最受欢迎歌手。各位观众须彼此独立地在选票上选3名歌手，其中观众甲是1号歌手的歌迷，他必选1号，不选2号，另再在3至5号中随机选2名。观众乙和丙对5位歌手的演唱没有偏爱，因此在1至5号中随机选3名歌手。
- (1) 求观众甲选中3号歌手且观众乙未选中3号歌手的概率；
- (2) X 表示3号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和，求 X 的分布列和数学期望。

- 8 某人有4种颜色的灯泡(每种颜色的灯泡足够多)，要在如图所示的6个点 A 、 B 、 C 、 A_1 、 B_1 、 C_1 上各装一个灯泡。要求同一条线段两端的灯泡不同色，则每种颜色的灯泡都至少用一个的安装方法共有 _____ 种。(用数字作答)



- 9 正六边形中心和顶点共7个点，以其中3个点为顶点的三角形共有 _____ 个。
- 10 给 n 个则上而下相连的正方形着黑色或白色。当 $n \leq 4$ 时，在所有不同的着色方案中，黑色正方形互不相邻的着色方案如下图所示：



由此推断，当 $n = 6$ 时，黑色正方形互不相邻着色方案共有 _____ 种，至少有两个黑色正方形相邻着色方案共有 _____ 种。（结果用数值表示）

- 11 在测量某物体的重量时，得到如下数据： $a_1, a_2, \dots, a_9$ ，其中 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_9$ ，若用 a 表示该物体重量的估计值，使 a 与每一个数据差的平方和最小，则 a 等于 _____；若用 b 表示该物体重量的估计值，使 b 与每一个数据差的绝对值的和最小，则 b 等于 _____。

- 12 如果小明在某一周的第一天和第七天分别吃了 3 个水果，且从这周的第二天开始，每天所吃水果的个数与前一天相比，仅存在三种可能：或“多一个”或“持平”或“少一个”，那么，小明在这一周中每天所吃水果个数的不同选择方案共有（ ）。

A. 50种 B. 51种 C. 140种 D. 141种

- 13 用 a 代表红球， b 代表蓝球， c 代表黑球，由加法原理及乘法原理，从 1 个红球和 1 个篮球中取出若干个球的所有取法可由 $(1+a)(1+b)$ 的展开式 $1+a+b+ab$ 表示出来，如：“1”表示一个球都不取、“ a ”表示取出一个红球，而“ ab ”用表示把红球和篮球都取出来。以此类推，下列各式中，其展开式可用来表示从 5 个无区别的红球、5 个无区别的蓝球、5 个有区别的黑球中取出若干个球，且所有的篮球都取出或都不取出的所有取法的是（ ）。

A. $(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5)(1+b^5)(1+c)^5$
 B. $(1+a^5)(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5)(1+c)^5$
 C. $(1+a)^5(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5)(1+c^5)$
 D. $(1+a^5)(1+b)^5(1+c+c^2+c^3+c^4+c^5)$



已知甲盒中仅有1个球且为红球，乙盒中有 m 个红球和 n 个篮球($m \geq 3, n \geq 3$)，从乙盒中随机抽取 $i(i = 1, 2)$ 个球放入甲盒中。

(a) 放入 i 个球后，甲盒中含有红球的个数记为 $\xi_i (i = 1, 2)$ ；

(b) 放入 i 个球后，从甲盒中取1个球是红球的概率记为 $p_i (i = 1, 2)$ 。

则()。

A. $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$

B. $p_1 < p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$

C. $p_1 > p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$

D. $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$

15 设集合 $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) | x_i \in \{-1, 0, 1\} i = 1, 2, 3, 4, 5\}$ ，那么集合 A 中满足条件“

$1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ ”的元素个数为()。

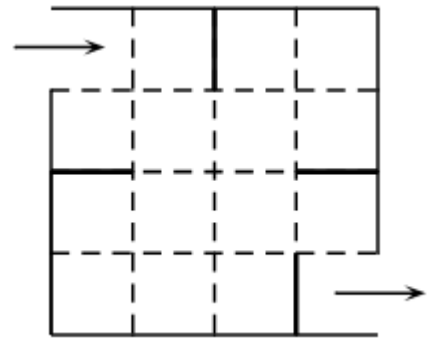
A. 60

B. 90

C. 120

D. 130

16 有一种走“方格迷宫”游戏，游戏规则是每次水平或竖直走动一个方格，走过的方格不能重复，只要有一个方格不同即为不同走法。现有如下图的方格迷宫，图中的实线不能穿过，则从入口走到出口共有多少种不同走法？()。



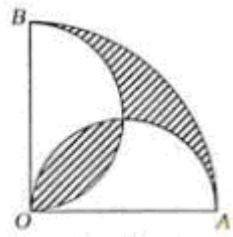
A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

17 如图，在圆心角为直角的扇形 OAB 中，分别以 OA ， OB 为直径作两个半圆。在扇形 OAB 内随机取一点，则此点取自阴影部分的概率是()。



A. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

B. $\frac{1}{\pi}$

C. $1 - \frac{2}{\pi}$

D. $\frac{2}{\pi}$

- 18 甲乙两人一起去游“2011西安世园会”，他们约定，各自独立地从1到6号景点中任选4个进行游览，每个景点参观1小时，则最后一小时他们同在一个景点的概率是（ ）。

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{1}{6}$

- 19 某车站每天8:00—9:00，9:00—10:00都恰有一辆客车到站，但到站的时刻是随机的，且两者到站的时间是相互独立的，其规律为：

到站时刻	8:10	8:30	8:50
	9:10	9:30	9:50
概率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

一旅客8:20到车站，则它候车时间的数学期望为 _____（精确到分）。

- 20 一袋子里有 a 个白球和 b 个黑球，从中任取一个球，如果取出白球，则把它放回袋中；如果取出黑球，则该黑球不再放回，另补一个白球放到袋中。在重复 n 次这样的操作后，记袋中白球的个数为 X_n 。

(1) 求 $E(X_1)$ 。

(2) 设 $P(X_n = a + k) = p_k$ ，求 $P(X_{n+1} = a + k)$ ， $k = 0, 1, 2, \dots, b$ 。

(3) 证明： $E(X_{n+1}) = \left(1 - \frac{1}{a+b}\right)E(X_n) + 1$ 。

- 21 已知一个口袋有 m 个白球， n 个黑球（ $m, n \in \mathbf{N}^*$ ， $n \geq 2$ ），这些球除颜色外全部相同。现将口袋中的球随机的逐个取出，并放入如图所示的编号为1, 2, 3, …, $m+n$ 的抽屉内，其中第 k 次取球放入编号为 k 的抽屉（ $k = 1, 2, 3, \dots, m+n$ ）。



1	2	3		$m+n$
---	---	---	-------	-------

- (1) 试求编号为2的抽屉内放的是黑球的概率 p .
- (2) 随机变量 X 表示最后一个取出的黑球所在抽屉编号的倒数, $E(X)$ 是 X 的数学期望, 证明

$$E(X) < \frac{n}{(m+n)(n-1)} .$$

22 某晚会有6个歌唱节目和5个舞蹈节目依次表演 .

- (1) 一共有多少种不同表演顺序 .
- (2) 如果某著名歌唱家排在最后作为压台戏, 则可排多少种节目单 .
- (3) 如果甲、乙两个舞蹈节目必须排在第一个和最后一个表演, 则可排多少种节目单 .
- (4) 如果A、B两个歌唱节目不能在第一个和最后一个表演, 则可排多少种节目单 .
- (5) 如果某歌唱家不在第一个和最后一个表演, 则可排多少种节目单 .
- (6) 如果某歌唱家只能第一个和最后一个表演, 则可排多少种节目单 .
- (7) 如果6个歌唱节目连续表演, 5个舞蹈也连续表演, 则可排多少种节目单 .
- (8) 如果歌唱节目和舞蹈节目相间表演, 则可排多少种节目单 .
- (9) 如果5个舞蹈节目不相邻表演, 则可排多少种节目单 .
- (10) 如果甲舞蹈节目给A歌唱节目伴舞, 乙舞蹈节目给B歌唱节目伴舞, 则可排多少种节目单 .

23 求证: $\forall n \in \mathbf{N}^*, (\sqrt{2}+1)^n$ 都能写成 $\sqrt{m} + \sqrt{m-1} (m \in \mathbf{N}^*)$ 的形式. (例如 $(\sqrt{2}+1)^2 = \sqrt{9} + \sqrt{8}$)

24 最近, 张师傅和李师傅要将家中闲置资金进行投资理财. 现有两种投资方案, 且一年后投资盈亏的情况如下:

投资股市:

投资结果	获利	不赔不赚	亏损
概 率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

购买基金:



投资结果	获利	不赔不赚	亏损
概 率	p	$\frac{1}{3}$	q

- (1) 当 $p = \frac{1}{2}$ 时, 求 q 的值;
- (2) 已知“购买基金”亏损的概率比“投资股市”亏损的概率小, 求 p 的取值范围;
- (3) 已知张师傅和李师傅两人都选择了“购买基金”来进行投资, 假设三种投资结果出现的可能性相同, 求一年后他们两人中至少有一人获利的概率.

25 回答下列问题:

- (1) 求 $7C_6^3 - 4C_7^4$ 的值;
- (2) 设 $m, n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq m$, 求证:

$$(m+1)C_m^m + (m+2)C_{m+1}^m + (m+3)C_{m+2}^m + \cdots + nC_{n-1}^m + (n+1)C_n^m = (m+1)C_{n+2}^{m+2}.$$

26 乒乓球单打比赛在甲、乙两名运动员间进行, 比赛采用7局4胜制 (即先胜4局者获胜, 比赛结束), 假设两人在每一局比赛中获胜的可能性相同.

- (1) 求甲以4比1获胜的概率;
- (2) 求乙获胜且比赛局数多于5局的概率;
- (3) 求比赛局数的分布列.

27 某地区2007年至2013年农村居民家庭纯收入 y (单位: 千元) 的数据如下表:

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
人均纯收入 y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

- (1) 求 y 关于 t 的线性回归方程;
- (2) 利用 (1) 中的回归方程, 分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况, 并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2},$

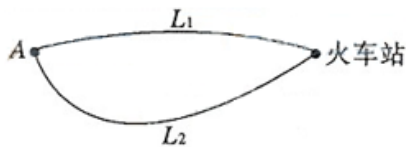
$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$$



- 28 某商场在店庆日进行抽奖促销活动，当日在该店消费的顾客可参加抽奖．抽奖箱中有大小完全相同的4个小球，分别标有字“生”“意”“兴”“隆”．顾客从中任意取出1个球，记下上面的字后放回箱中，再从中任取1个球，重复以上操作，最多取4次，并规定若取出“隆”字球，则停止取球．获奖规则如下：依次取到标有“生”“意”“兴”“隆”字的球为一等奖；不分顺序取到标有“生”“意”“兴”“隆”字的球，为二等奖；取到的4个球中有标有“生”“意”“兴”三个字的球为三等奖．

- (1) 求分别获得一、二、三等奖的概率；
 (2) 设摸球次数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望．

- 29 如图，A地到火车站共有两条路径 L_1 和 L_2 ，据统计，通过两条路径所用的时间互不影响，所用时间落在个时间段内的频率如下表：



时间(分钟)	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60
L_1 的频率	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2
L_2 的频率	0	0.1	0.4	0.4	0.1

现甲、乙两人分别有40分钟和50分钟时间用于赶往火车站．

- (1) 为了尽最大可能在各自允许的的时间内赶到火车站，甲和乙应如何选择各自的路径？
 (2) 用 x 表示甲、乙两人中在允许的的时间内能赶到火车站的人数，针对(1)的选择方案，求 x 的分布列和数学期望．

- 30 在集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中任取一个偶数 a 和一个奇数 b 构成以原点为起点的向量 $\alpha = (a, b)$ ，从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形，记所有作成的平行四边形的个数为 n ，其中面积等于2的平行四边形的个数为 m ，则 $\frac{m}{n} = ()$ ．

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{1}{3}$