



三角函数与解三角形-高考必做题

1 在斜三角形 ABC 中, $\tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$.

(1) 求 C 的值;

(2) 若 $A = 15^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

2 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a + b + c = 8$.

(1) 若 $a = 2$, $b = \frac{5}{2}$, 求 $\cos C$ 的值;

(2) 若 $\sin A \cos^2 \frac{B}{2} + \sin B \cos^2 \frac{A}{2} = 2 \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{9}{2} \sin C$, 求 a 和 b 的值.

3 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ADC$ 面积的2倍.

(1) 求 $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$.

(2) 若 $AD = 1$, $DC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 BD 和 AC 的长.

4 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2 \cos C(a \cos B + b \cos A) = c$.

(1) 求 C .

(2) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

5 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin B(\tan A + \tan C) = \tan A \tan C$.

(1) 求证: a, b, c 成等比数列.

(2) 若 $a = 1$, $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

6 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 2\sqrt{6}$, $\angle B = 2\angle A$.

(1) 求 $\cos A$ 的值.

(2) 求 c 的值.

7



$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin(A+C) = 8\sin^2 \frac{B}{2}$.

(1) 求 $\cos B$.

(2) 若 $a+c=6$, $\triangle ABC$ 的面积为2, 求 b .

8 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b+c=2a\cos B$.

(1) 证明: $A=2B$.

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a^2}{4}$, 求角 A 的大小.

9 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c-a}{b}$.

(1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;

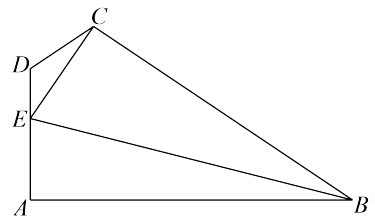
(2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}, b=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

10 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\cos 2C = -\frac{1}{4}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 当 $a=2, 2\sin A = \sin C$ 时, 求 b 及 c 的长.

11 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $DA \perp AB$, $DE=1$, $EC=\sqrt{7}$, $EA=2$, $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$, $\angle BEC = \frac{\pi}{3}$.



(1) 求 $\sin \angle CED$ 的值;

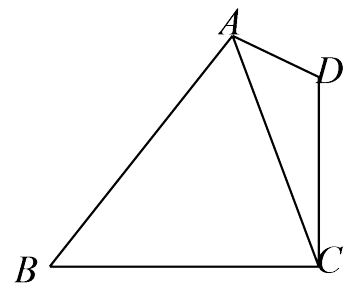
(2) 求 BE 的长.

12 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $AB=8$, 点 D 在 BC 上, 且 $CD=2$, $\cos \angle ADC = \frac{1}{7}$



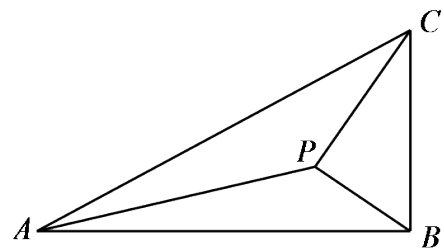
- (1) 求 $\sin \angle BAD$;
 (2) 求 BD, AC 的长 .

- 13 如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $CD = 2$, $AC = \sqrt{7}$.



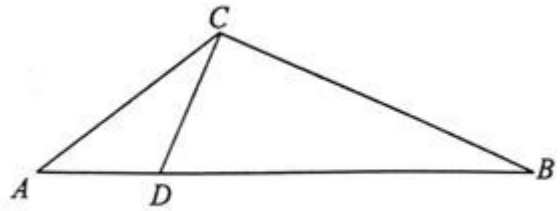
- (1) 求 $\cos \angle CAD$ 的值 .
 (2) 若 $\cos \angle BAD = -\frac{\sqrt{7}}{14}$, $\sin \angle CBA = \frac{\sqrt{21}}{6}$, 求 BC 的长 .

- 14 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$, P 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle BPC = 90^\circ$.



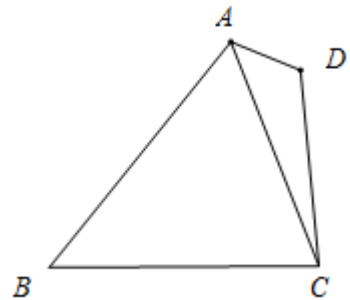
- (1) 若 $PB = \frac{1}{2}$, 求 PA .
 (2) 若 $\angle APB = 150^\circ$, 求 $\tan \angle PBA$.

- 15 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 且 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$. 记 $\angle ACD = \alpha$, $\angle BCD = \beta$.



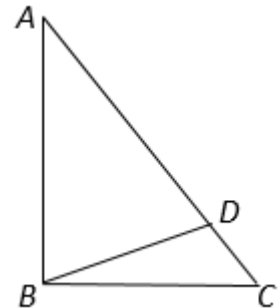
- (1) 求证: $\frac{AC}{BC} = \frac{\sin \beta}{3 \sin \alpha}$;
- (2) 若 $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{2}, AB = \sqrt{19}$, 求 BC 的长.

- 16 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 4, AC = 2\sqrt{3}, \cos \angle ACB = \frac{1}{3}, \angle D = 2\angle B$.



- (1) 求 $\sin \angle B$;
- (2) 若 $AB = 4AD$, 求 CD 的长.

- 17 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, AB = 4, BC = 3$, 点 D 在线段 AC 上, 且 $AD = 4DC$.



- (1) 求 BD 的长 ;
- (2) 求 $\sin \angle CBD$ 的值.

- 18 已知函数 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}), g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$

- (1) 若 α 是第一象限角, 且 $f(\alpha) = \frac{3\sqrt{3}}{5}$, 求 $g(\alpha)$ 的值 ;



(2) 求使 $f(x) \geq g(x)$ 成立的 x 的取值集合 .

19 已知函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x) \sin 2x}{\sin x}$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期 ;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间 .

20 已知函数 $f(x) = (2\cos^2 x - 1) \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 4x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值 ;

(2) 若 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $f(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 α 的值 .

21 已知函数 $f(x) = (\sin 2x + \cos 2x)^2 - 2 \sin^2 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期 .

(2) 若函数 $y = g(x)$ 的图象是由 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度 , 再向上平移 1 个单位长度得到的 , 当 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ 时 , 求 $y = g(x)$ 的最大值和最小值 .

22 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin \omega x + \sqrt{3} \cos^2 \frac{\omega x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\omega > 0$.

(1) 若 $\omega = 1$, 求 $f(x)$ 的单调递增区间 ;

(2) 若 $f(\frac{\pi}{3}) = 1$, 求 $f(x)$ 的最小正周期 T 的最大值 .

23 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间 .

(2) 设 $x = m$ ($m \in \mathbf{R}$) 是函数 $y = f(x)$ 图像的对称轴 , 求 $\sin 4m$ 的值 .

24 在 $\triangle ABC$ 中 , $\sin^2 A = \sin B \sin C$.

(1) 若 $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 求 $\angle B$ 的大小 ;

(2) 若 $bc = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值 .

25



在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，设 S 为 $\triangle ABC$ 的面积，满足

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2 - c^2).$$

- (1) 求角 C 的大小；
(2) 求 $\sin A + \sin B$ 的最大值.

26 在 $\triangle ABC$ 中， $a^2 + c^2 = b^2 + \sqrt{2}ac$.

- (1) 求 $\angle B$ 的大小.
(2) 求 $\sqrt{2}\cos A + \cos C$ 的最大值.

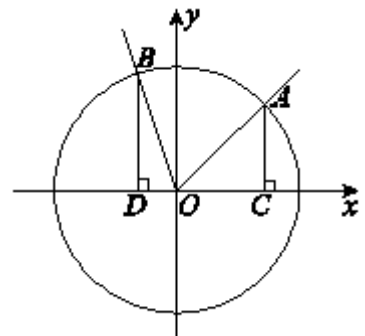
27 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c ，且满足 $\frac{2c-b}{a} = \frac{\cos B}{\cos A}$.

- (1) 求角 A 的大小.
(2) 若 $a = 2\sqrt{5}$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

28 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边长分别为 a, b, c ，且 $a^2 + b^2 = ab + 3, C = 60^\circ$.

- (1) 求 c 的值.
(2) 求 $a + b$ 的取值范围.

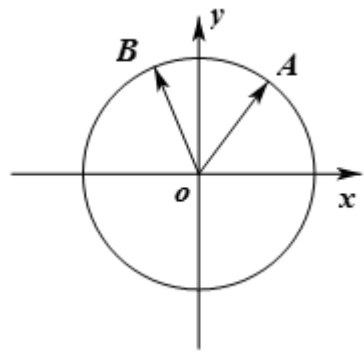
29 如图，在直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点是原点，始边与 x 轴正半轴重合，终边交单位圆于点 A ，且 $\alpha \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$. 将角 α 的终边按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{3}$ ，交单位圆于点 B . 记 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.



- (1) 若 $x_1 = \frac{1}{3}$ ，求 x_2 ；
(2) 分别过 A, B 作 x 轴的垂线，垂足依次为 C, D . 记 $\triangle AOC$ 的面积为 S_1 ， $\triangle BOD$ 的面积为 S_2 .
若 $S_1 = 2S_2$ ，求角 α 的值.



30 如图，在平面直角坐标系中，锐角 α 和钝角 β 的终边分别与单位圆交于 A, B 两点．



- (1) 如果 A, B 两点的纵坐标分别为 $\frac{4}{5}, \frac{12}{13}$ ，求 $\cos \alpha$ 和 $\sin \beta$ 的值；
- (2) 在(1)的条件下，求 $\cos(\beta - \alpha)$ 的值；
- (3) 已知点 $C(-1, \sqrt{3})$ ，求函数 $f(\alpha) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ 的值域．