

江淮十校 2021 届高三第一次联考 数学试题参考答案(理科)

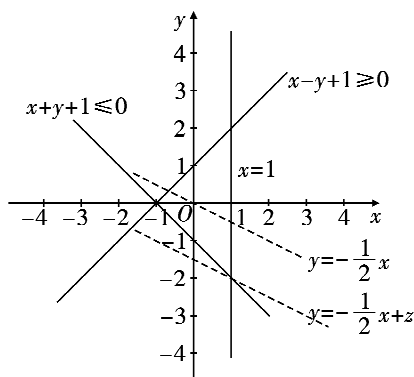
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

1. D 详解: $\because z$ 满足 $zi = -3 + i$, $\therefore z = \frac{-3+i}{i} = \frac{(-3+i)(-i)}{-i^2} = 1 + 3i$, 所以 $\bar{z} = 1 - 3i$, 所以 $\bar{z}$ 虚部是 -3 , 故答案选 D.

2. B 详解: $2 = \log_3 9 < \log_3 13 < \log_3 27 = 3$; $0 < 2\cos \frac{2\pi}{5} < 2\cos \frac{\pi}{3} = 1$, $1 < 2^{0.6} < 2^1 = 2$, 即: $2\cos \frac{2\pi}{5} < 1 < 2^{0.6} < 2 < \log_3 13$, $\therefore f(x)$ 为偶函数, $\therefore a = f(-\log_3 13) = f(\log_3 13)$, 又 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, $\therefore f(-\log_3 13) > f(2^{0.6}) > f(2\cos \frac{2\pi}{5})$, 即 $a > c > b$, 本题正确选项 B.

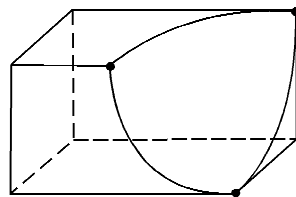
3. B 详解:作出可行域,如图所示:由图可知,当直线 $z = x + 2y$ 经过点 $M(-1, 0)$ 时,直线在 y 轴上的截距最大, z 最大,因为直线 $z = x + 2y$ 在 y 轴上的截距无最小值,所以 z 有最大值.

4. B 详解: $f(x) = \frac{7x^3}{e^x + e^{-x}}$, 因为 $f(-x) = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 是奇函数, 排除选项 C, 当 $x > 0$ 时 $f(x) > 0$, 排除选项 D, $f(2) = \frac{56e^2}{e^4 + 1}$, $f(4) = \frac{448e^4}{e^8 + 1}$, $f(2) - f(4) = \frac{56e^2}{e^4 + 1} - \frac{448e^4}{e^8 + 1} = \frac{56e^2}{(e^4 + 1)(e^8 + 1)} [e^8 + 1 - 8e^6 - 8e^4] < 0$, 即 $f(2) < f(4)$, 答案选择 B



5. B 详解:选项 A, 样本容量为 $6000 \times 4\% = 240$, 该选项正确;选项 B, 根据题意得自主学习的满意率 $\frac{600 + 300 + 1250}{6000} = 0.358$, 错误, 选项 C, 样本可以估计总体, 但会有一定的误差, 总体中对方式二满意人数约为 $1500 \times 20\% = 300$, 该选项正确;选项 D, 样本中对方式一满意人数为 $2000 \times 4\% \times 30\% = 24$, 该选项正确. 故选 B.

6. B 详解:由三视图可知该几何体是一个长方体中挖去一个 $\frac{1}{8}$ 球, 如图所示: $S = 3 \times 3 \times 2 + 3 \times 5 \times 4 - \frac{27\pi}{4} + \frac{9\pi}{2} = 78 - \frac{9\pi}{4}$. 故答案为: $78 - \frac{9\pi}{4}$.



7. B 详解:因为 $\left(\frac{x}{2} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的通项公式为 $T_{r+1} = (-1)^r \times C_6^r \times \left(\frac{x}{2}\right)^{6-r} \times \left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^r =$

$(-1)^r \times C_6^r \times 2^{-6+r} \times a^r \times x^{6-\frac{3}{2}r}$, 若得到常数项, 当 $(x+1)$ 取 1 时, 令 $6 - \frac{3}{2}r = 0$, 当 $(x+1)$ 取 x 时, 令 $6 - \frac{3}{2}r = -1$, 解得 $r = 4$ 或 $r = \frac{14}{3}$ (舍), 所以 $r = 4$, 因为 $(x+1) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项为 60, 所以 $(-1)^4 \times C_6^4 \times 2^{-6+4} \times a^4 = 60$, 解得 $a \pm 2$. 故答案为: B.

8. C 详解: A. m, n 可能平行; B. α, β 可能相交; C 正确; D. 当 α, β 相交且两条平行线垂直于交线时可以满足条件.

9. A 详解: 因为 $a_3 = a_2 + a_1, a_4 = a_3 + a_2, \dots, a_{2021} = a_{2020} + a_{2019}, a_{2022} = a_{2021} + a_{2020}$, 相加得 $a_3 + a_4 + \dots + a_{2022} = a_2 + a_3 + \dots + a_{2021} + (a_1 + a_2 + \dots + a_{2020})$, 所以 $a_{2022} - a_2 = S_{2020}$, 所以 $S_{2020} = a$.

10. C 详解: 因为 $f'(x) = -2\cos x \sin x \sin 2x + 2\cos^2 x \cos 2x = -4\cos^2 x \sin^2 x + 2\cos^2 x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 2\cos^2 x (1 - 4\sin^2 x) = -8\cos^2 x \left(\sin x + \frac{1}{2}\right) \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)$, 又因为 $f(x + \pi) = \cos^2(x + \pi) \cdot \sin(2x + 2\pi) = f(x)$, 所以 $f(x)$ 的周期为 π , 所以当 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}\right)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减, 当 $x \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ 时, $f'(x) > 0$, 单调递增, 当 $x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减, $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{8}, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$, 所以 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, 即 $M \geq \frac{3\sqrt{3}}{4}$, 所以 M 的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

11. C 详解: $y_R = \frac{1}{2}(y_M + y_N) = \frac{1}{2}(|MF| - 1 + |NF| - 1) = |MN| - 1, \therefore |MF| + |NF| = 2|MN|$. 由余弦定理可得 $\cos \angle MFN = \frac{|MF|^2 + |NF|^2 - |MN|^2}{2|MF| \cdot |NF|} = \frac{3(|MF|^2 + |NF|^2)}{8|MF| \cdot |NF|} - \frac{1}{4} \geq \frac{6|MF| \cdot |NF|}{8|MF| \cdot |NF|} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, 当且仅当 $|MF| = |NF|$ 时等号成立, 故 $\angle MFN$ 的最大值为 $\frac{\pi}{3}$.

12. B 解析: 因为 $xf'(x) - f(x) = -x \ln x, \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = \frac{-x \ln x}{x^2} = -\frac{\ln x}{x}$, 又 $f'(x) = \frac{f(x)}{x} - \ln x$, $f''(x) = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} = -\frac{\ln x + 1}{x}$, 所以 $f'(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ 单增, $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$ 单减, 即 $f'(x) \leq f'\left(\frac{1}{e}\right) = ef\left(\frac{1}{e}\right) + 1 \leq 0$, 即 $f\left(\frac{1}{e}\right) \leq -\frac{1}{e}$.

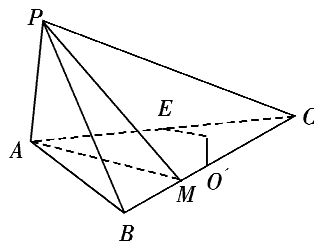
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $\frac{\pi}{3}$ 详解: $\because \vec{a} \perp (2\vec{a} - \vec{b}), \therefore \vec{a} \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = 0, \therefore 2|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 即 $2|\vec{a}|^2 - |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 0. \therefore |\vec{b}| = 4|\vec{a}|, \therefore 2|\vec{a}|^2 - 4|\vec{a}|^2 \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{1}{2}, \therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$.

14. $\sqrt{2}$ 解析: 由题意知, M 为 $\triangle PF_1F_2$ 的内心, 设 $\triangle PF_1F_2$ 内切圆半径为 r , 因为 $S_{\triangle MPF_1} - S_{\triangle MPF_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} S_{\triangle MF_1F_2}$, 所以 $\frac{1}{2}|PF_1|r - \frac{1}{2}|PF_2|r = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}|F_1F_2|r$ 即 $|PF_1| - |PF_2| = 2a = \frac{\sqrt{2}}{2}|F_1F_2| = \sqrt{2}c$, 所以 $e = \sqrt{2}$.

15. 930 详解: 若甲乙都入选, 则从其余 6 人中选出 2 人, 有 $C_6^2 = 15$ 种, 男生甲不适合担任学习委员, 女生乙不适合担任劳动委员, 则有 $A_4^4 - 2A_3^3 + A_2^2 = 14$ 种, 故共有 $15 \times 14 = 210$ 种; 若甲不入选, 乙入选, 则从其余 6 人中选出 3 人, 有 $C_6^3 = 20$ 种, 女生乙不适合担任劳动委员, 则有 $C_3^1 A_3^3 = 18$ 种, 故共有 $20 \times 18 = 360$ 种; 若甲乙都不入选, 则从其余 6 人中选出 4 人, 有 $C_6^4 = 15$ 种, 再全排, 有 $A_4^4 = 24$ 种, 故共有 $15 \times 24 = 360$ 种, 综上所述, 共有 $210 + 360 + 360 = 930$, 故答案为 930.

16. $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 详解:如图,作 $AM \perp BC$, 连接 PM , 由题意可得 $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $BM = \frac{1}{2}$, 又 $BC = 2$, 所以 $MC = \frac{3}{2}$, $AC = \sqrt{3}$, 所以 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$. 过 BC 中点 O' 作 $OO' \perp$ 平面 ABC , 连接 OE , 此时 $OE \perp AC$, 以 AC 为直径的截面为最小截面, 经过球心 O 的截面为最大截面.



三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 解:(1)由题意知, $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, (2分)

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $-\frac{\pi}{6} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 即 $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right], k \in \mathbf{Z}$ (4 分)

(2) $\because f(C) = 2, \therefore f(C) = 2\sin\left(2C - \frac{\pi}{6}\right) = 2, \therefore$ 锐角 $C = \frac{\pi}{3}, (6 \text{ 分})$

由正弦定理可得 $2R = \frac{c}{\sin C} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{14}{\sqrt{3}}$, $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{3}}{14}(a+b)$, (8分)

$$\therefore ab=40, \text{ 又 } \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{(a+b)^2-2ab-c^2}{2ab} = \frac{1}{2}, \text{ 可求得}$$
$$a + b = 13, \therefore \sin A + \sin B = \frac{\sqrt{3}}{14}(a + b) = \frac{13}{14}\sqrt{3}. \quad (10 \text{ 分})$$

18. 解: (1) 由题意知, $\begin{cases} a_1q + a_1q^2 = 12 \\ a_1q^3 = 16 \end{cases}$, 所以 $q = 2$ 或 $q = -\frac{2}{3}$

因为 $q > 1, \therefore q = 2$, 求得 $a_1 = 2, \therefore a_n = 2^n, n \in \mathbf{N}^*$ (3 分)

$$b_n = \log_2 a_n = \log_2 2^n = n \text{ (5 分)}$$

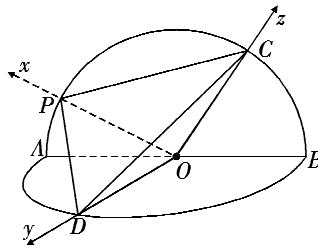
$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$, $\therefore c_n = \frac{(n-1)a_n}{2S_n} = \frac{(n-1)2^n}{n(n+1)} = \frac{2^{n+1}}{n+1} - \frac{2^n}{n}$, (8分)

$$\therefore T_n = \left(\frac{2^2}{2} - \frac{2^1}{1}\right) + \left(\frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{2^{n+1}}{n+1} - \frac{2^n}{n}\right) = \frac{2^{n+1}}{n+1} - 2. \quad (12 \text{ 分})$$

19. 解: (1) $\because AB \parallel \text{平面 } PCD, AB \subset \text{平面 } OCP, \text{平面 } OCP \cap \text{平面 } PCD = PC, \therefore$ 由线面平行的性质定理得 $AB \parallel PC$. 又 $\angle COB = 60^\circ$, 可得 $\angle OCP = 60^\circ$. 而 $OC = CP, \triangle OCP$ 为正三角形, 所以 $PC = 1$. (5 分)

(2) $\because$ 二面角为直二面角, $DO \perp AB$, 所以 $DO \perp$ 平面 COP , 而 $V_{P-COD} = V_{D-COP}$,
 $\therefore$ 当 $CO \perp OP$ 时, 三棱锥 $P-COD$ 体积最大. (6 分)

方法一:因为 OP, OD, OC 两两垂直,所以 OP, OD, OC 分别为 X, Y, Z 轴建空间直角坐标系, (7 分)

$$P(1,0,0), D(0,1,0), C(0,0,1), \vec{PC} = (-1,0,1), \vec{DP} = (1,-1,0)$$


令平面 DPC 的法向量为 $\vec{n}_1 = (x, y, z)$ $\begin{cases} \vec{PC} \cdot \vec{n}_1 = 0 \\ \vec{DP} \cdot \vec{n}_1 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} -x + z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$, 取 $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$ (8 分)

又取平面 PCO 的法向量为 $\vec{n}_2 = (0, 1, 0)$ (9 分)

设二面角 $D-PC-O$ 的平面角为 α , $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (12 分)

方法二: 取 PC 的中点 H , 连接 OH, DH . 因为 $OC = OP, DC = DP$, 所以 OH, DH 都与 PC 垂直, 即 $\angle OHD$ 为所求二面角的平面角. (8 分)

在 $\text{Rt}\triangle OPC$ 中可得 $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$, (9 分)

在 $\text{Rt}\triangle OHD$ 中, $DH = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, (10 分)

所以 $\cos \angle OHD = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

所以: 二面角 $D-PC-O$ 的余弦值的为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (12 分)

20. 解: (1) 由题可知, 所以可能的情况有①同学甲答对 1 次, 同学乙答对 2 次; ②同学甲答对 2 次, 同学乙答对 1 次; ③同学甲答对 2 次, 同学乙答对 2 次.

故所求概率 $P = C_2^1 \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot C_2^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_2^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot C_2^1 \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + C_2^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot C_2^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$ (4 分)

(2) 他们在一轮竞赛中获“优秀小组”的概率为

$$P = C_2^1 p_1 (1 - p_1) C_2^2 (p_2)^2 + C_2^2 (p_1)^2 C_2^1 p_2 (1 - p_2) + C_2^2 (p_1)^2 C_2^2 (p_2)^2 = 2p_1 p_2 (p_1 + p_2) - 3(p_1 p_2)^2$$

因为 $p_1 + p_2 = \frac{6}{5}$, 所以 $P = \frac{12}{5} p_1 p_2 - 3(p_1 p_2)^2$ (6 分)

因为 $0 \leq p_1 \leq 1, 0 \leq p_2 \leq 1, p_1 + p_2 = \frac{6}{5}$, 所以 $\frac{1}{5} \leq p_1 \leq 1, \frac{1}{5} \leq p_2 \leq 1$, 又 $p_1 p_2 \leq \left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right)^2 = \frac{9}{25}$

所以 $\frac{1}{5} \leq p_1 p_2 \leq \frac{9}{25}$, (7 分)

令 $t = p_1 p_2$, 则 $P = h(t) = -3t^2 + \frac{12}{5}t = -3\left(t - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{12}{25} \quad t \in \left[\frac{1}{5}, \frac{9}{25}\right]$ (8 分)

所以当 $t = \frac{9}{25}$ 时, $P_{\max} = \frac{297}{625}$, (9 分)

他们小组在 n 竞赛中获“优秀小组”次数 ξ 满足 $\xi \sim B(n, p)$ (10 分)

由 $(np)_{\max} = 9$, 则 $n = \frac{9}{\frac{297}{625}} = \frac{625}{33} \approx 19$, 所以理论上至少要进行 19 轮比赛.

此时 $p_1 + p_2 = \frac{6}{5}$, $p_1 p_2 = \frac{9}{25}$, $p_1 = p_2 = \frac{3}{5}$ (12 分)

$$21. \text{解: (1)} \begin{cases} \frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \quad \text{解得: } a^2 = 4, b^2 = 3, c^2 = 1, \text{ 椭圆的标准方程为: } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ (4 分)}$$

(2) 由题知 MN 有斜率, 令直线 MN 方程为 $y = kx + t$, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 联立椭圆 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 得

$$(4k^2 + 3)x^2 + 8ktx + 4t^2 - 12 = 0, \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-8kt}{4k^2 + 3} \\ x_1 x_2 = \frac{4t^2 - 12}{4k^2 + 3} \end{cases}, \text{ (5 分)}$$

令 $G(1, y_0)$, $\because G, M, A_1$ 三点共线, $k_{A_1 M} = k_{A_1 G}$, $\therefore \frac{y_0}{3} = \frac{y_1}{x_1 + 2}$, 同理 G, N, A_2 三点共线, $k_{A_2 N} = k_{A_2 G}$

$$\therefore \frac{y_0}{-1} = \frac{y_2}{x_2 - 2}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{y_0^2}{9} = \frac{y_1^2}{(x_1 + 2)^2} \\ y_0^2 = \frac{y_2^2}{(x_2 - 2)^2} \end{cases} \quad \text{两式相除得}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{y_1^2 (x_2 - 2)^2}{y_2^2 (x_1 + 2)^2} = \frac{3 \left(1 - \frac{x_1^2}{4}\right) (x_2 - 2)^2}{3 \left(1 - \frac{x_2^2}{4}\right) (x_1 + 2)^2} = \frac{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)} = \frac{x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4} \text{ (8 分)}$$

$$\text{化简得 } 2x_1 x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0 \text{ 即 } \frac{8t^2 - 24}{4k^2 + 3} + \frac{40kt}{4k^2 + 3} + 8 = 0,$$

$$t^2 + 5kt + 4k^2 = 0, \text{ 解得 } t = -k \text{ 或 } t = -4k \text{ (10 分)}$$

当 $t = -k$ 时, 直线 MN 的方程为 $y = k(x - 1)$, 恒过点 $(1, 0)$, 当 G 点不在 x 轴时, $y_1 \cdot y_2 > 0$, 故不满足, 舍去; (11 分)

当 $t = -4k$ 时, 直线 MN 的方程为 $y = k(x - 4)$, 恒过点 $(4, 0)$, 符合题意. (12 分)

22. 解: (1) $\because f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = 2\left(\frac{1}{x} + x\right) - a$ (1 分)

当 $a \leq 4$ 时, $f'(x) \geq 0$, 此时 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调增; (1 分)

当 $a > 4$ 时, $f'(x) > 0$, 解得 $0 < x < \frac{a - \sqrt{a^2 - 16}}{4}$ 或 $x > \frac{a + \sqrt{a^2 - 16}}{4}$

$f'(x) < 0$, 解得 $\frac{a - \sqrt{a^2 - 16}}{4} < x < \frac{a + \sqrt{a^2 - 16}}{4}$ (4 分)

综上: 当 $a \leq 4$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调增;

当 $a > 4$ 时, $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 16}}{4}\right), \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 16}}{4}, +\infty\right)$ 单调增,

在 $\left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 16}}{4}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 16}}{4}\right)$ 单调减. (5 分)

(2) 由题意得 $g(x) = 2\ln x + x^2 - ax - \ln(ax)$, 且 $k(a-2) + 4 > g(x)_{\min}$,

而 $g'(x) = \frac{1}{x} + 2x - a$, 因为 $x \in [1, 3]$, $\frac{1}{x} + 2x \in \left[3, \frac{19}{3}\right]$, 且 $a \in (1, 3)$,

所以 $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $[1, 3]$ 单调增. $g(x)_{\min} = g(1) = 1 - a - \ln a$, (7 分)

即 $k(a-2) + 4 > 1 - a - \ln a$ 对于任意 $a \in (1, 3)$ 时恒成立.

即令 $\phi(a) = k(a-2) + a + \ln a + 3 > 0$, 对于任意 $a \in (1, 3)$ 时恒成立. (8 分)

解法一: $\phi'(a) = k + 1 + \frac{1}{a}$, 其中 $1 + \frac{1}{a} \in \left(\frac{4}{3}, 2\right)$.

① 当 $k \leq -2$, $\phi'(a) < 0$, $\phi(a)$ 单调减, 此时 $\phi(3) \geq 0$ 即可, 即 $-6 - \ln 3 \leq k \leq -2$; (9 分)

② 当 $k \geq -\frac{4}{3}$, $\phi'(a) > 0$, $\phi(a)$ 单调增, 此时 $\phi(1) \geq 0$ 即可, $\phi(1) = 4 - k \geq 0$, $k \leq 4$,

所以此时 $-\frac{4}{3} \leq k \leq 4$; (10 分)

③ 当 $-2 < k < -\frac{4}{3}$, $\phi(a)$ 在 $\left(1, \frac{1}{-1-k}\right)$ 单调增, 在 $\left(\frac{1}{-1-k}, 3\right)$ 单调减, 此时

$\phi(1) = 4 - k > 0$, $\phi(3) = k + 6 + \ln 3 > 0$, 所以 $\phi(a) > 0$ 恒成立. (11 分)

综上所述, k 的取值范围为 $[-6 - \ln 3, 4]$. (12 分)

解法二: 因为 $a - 2 \in (-1, 1)$

① 当 $a = 2$ 时, $\phi(2) = 5 + \ln 2 > 0$ 恒成立, 此时 $k \in \mathbf{R}$; (9 分)

② 当 $a \in (2, 3)$ 时, $k > \frac{a + \ln a + 3}{2 - a}$, 令 $m(a) = \frac{a + \ln a + 3}{2 - a}$, $m'(a) = \frac{4 + \frac{2}{a} + \ln a}{(2 - a)^2}$

$\therefore m(a)$ 单增, 此时 $k \geq m(3)$, 即 $k \geq -6 - \ln 3$; (10 分)

③ 当 $a \in (1, 2)$ 时, $k < \frac{a + \ln a + 3}{2 - a}$, 由上, $m(a)$ 仍单增, $k \leq m(1)$, 即 $k \leq 4$. (11 分)

综上所述, k 的取值范围为 $[-6 - \ln 3, 4]$. (12 分)