



解三角形-期中必做题

1 在斜三角形 ABC 中, $\tan A + \tan B + \tan A \tan B = 1$.

(1) 求 C 的值;

(2) 若 $A = 15^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

2 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a + b + c = 8$.

(1) 若 $a = 2$, $b = \frac{5}{2}$, 求 $\cos C$ 的值;

(2) 若 $\sin A \cos^2 \frac{B}{2} + \sin B \cos^2 \frac{A}{2} = 2 \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{9}{2} \sin C$, 求 a 和 b 的值.

3 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ADC$ 面积的2倍.

(1) 求 $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$.

(2) 若 $AD = 1$, $DC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 BD 和 AC 的长.

4 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2 \cos C(a \cos B + b \cos A) = c$.

(1) 求 C .

(2) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

5 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin B(\tan A + \tan C) = \tan A \tan C$.

(1) 求证: a, b, c 成等比数列.

(2) 若 $a = 1$, $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

6 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 2\sqrt{6}$, $\angle B = 2\angle A$.

(1) 求 $\cos A$ 的值.

(2) 求 c 的值.

7



$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin(A+C) = 8\sin^2 \frac{B}{2}$.

(1) 求 $\cos B$.

(2) 若 $a+c=6$, $\triangle ABC$ 的面积为2, 求 b .

8 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b+c=2a\cos B$.

(1) 证明: $A=2B$.

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a^2}{4}$, 求角 A 的大小.

9 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c-a}{b}$.

(1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;

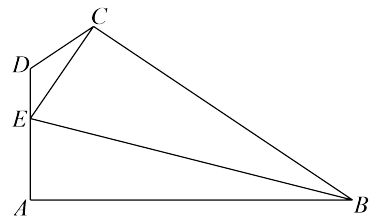
(2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}, b=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

10 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\cos 2C = -\frac{1}{4}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 当 $a=2, 2\sin A = \sin C$ 时, 求 b 及 c 的长.

11 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $DA \perp AB$, $DE=1$, $EC=\sqrt{7}$, $EA=2$, $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$, $\angle BEC = \frac{\pi}{3}$.



(1) 求 $\sin \angle CED$ 的值;

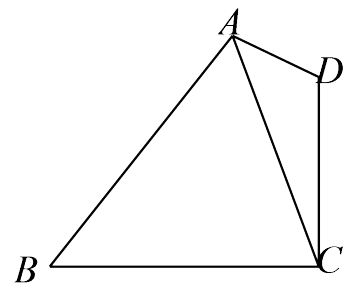
(2) 求 BE 的长.

12 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $AB=8$, 点 D 在 BC 上, 且 $CD=2$, $\cos \angle ADC = \frac{1}{7}$



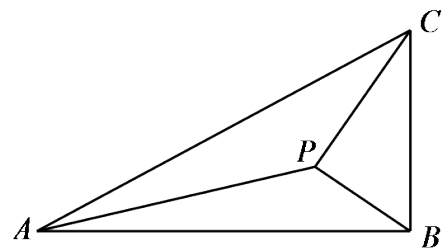
- (1) 求 $\sin \angle BAD$;
(2) 求 BD, AC 的长 .

- 13 如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $CD = 2$, $AC = \sqrt{7}$.



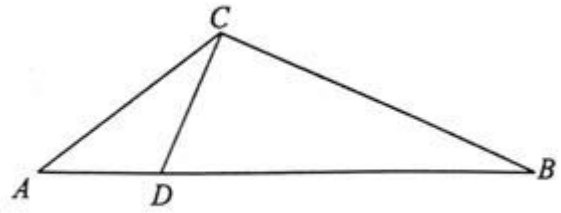
- (1) 求 $\cos \angle CAD$ 的值 .
(2) 若 $\cos \angle BAD = -\frac{\sqrt{7}}{14}$, $\sin \angle CBA = \frac{\sqrt{21}}{6}$, 求 BC 的长 .

- 14 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$, P 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle BPC = 90^\circ$.



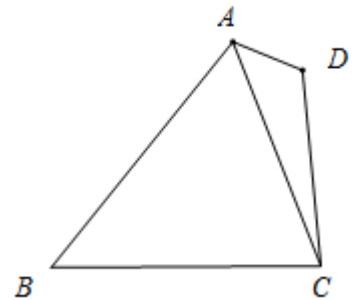
- (1) 若 $PB = \frac{1}{2}$, 求 PA .
(2) 若 $\angle APB = 150^\circ$, 求 $\tan \angle PBA$.

- 15 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 且 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$. 记 $\angle ACD = \alpha$, $\angle BCD = \beta$.



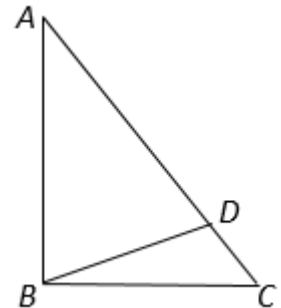
- (1) 求证: $\frac{AC}{BC} = \frac{\sin \beta}{3 \sin \alpha}$;
(2) 若 $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{2}, AB = \sqrt{19}$, 求 BC 的长 .

- 16 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 4, AC = 2\sqrt{3}, \cos \angle ACB = \frac{1}{3}, \angle D = 2\angle B$.



- (1) 求 $\sin \angle B$;
(2) 若 $AB = 4AD$, 求 CD 的长 .

- 17 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, AB = 4, BC = 3$, 点 D 在线段 AC 上, 且 $AD = 4DC$.



- (1) 求 BD 的长 ;
(2) 求 $\sin \angle CBD$ 的值.

- 18 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A = \sin B \sin C$.

- (1) 若 $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 求 $\angle B$ 的大小 ;



(2) 若 $bc = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.

19 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 设 S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 满足

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2 - c^2).$$

(1) 求角 C 的大小;

(2) 求 $\sin A + \sin B$ 的最大值.

20 在 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + c^2 = b^2 + \sqrt{2}ac$.

(1) 求 $\angle B$ 的大小.

(2) 求 $\sqrt{2}\cos A + \cos C$ 的最大值.

21 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 且满足 $\frac{2c-b}{a} = \frac{\cos B}{\cos A}$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 若 $a = 2\sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

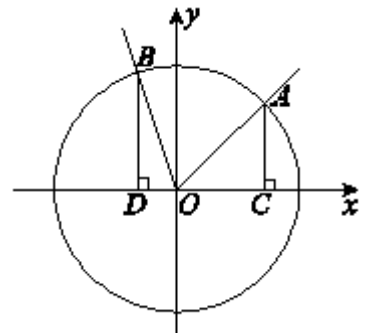
22 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边长分别为 a, b, c , 且 $a^2 + b^2 = ab + 3, C = 60^\circ$.

(1) 求 c 的值.

(2) 求 $a + b$ 的取值范围.

23 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 角 α 的顶点是原点, 始边与 x 轴正半轴重合, 终边交单位圆于点 A ,

且 $\alpha \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$. 将角 α 的终边按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{3}$, 交单位圆于点 B . 记 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

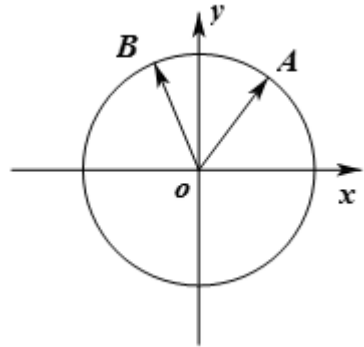


(1) 若 $x_1 = \frac{1}{3}$, 求 x_2 ;



- (2) 分别过 A, B 作 x 轴的垂线, 垂足依次为 C, D . 记 $\triangle AOC$ 的面积为 S_1 , $\triangle BOD$ 的面积为 S_2 .
若 $S_1 = 2S_2$, 求角 α 的值.

- 24 如图, 在平面直角坐标系中, 锐角 α 和钝角 β 的终边分别与单位圆交于 A, B 两点.

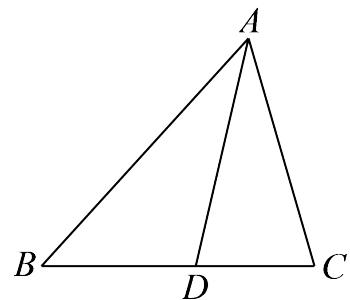


- (1) 如果 A, B 两点的纵坐标分别为 $\frac{4}{5}, \frac{12}{13}$, 求 $\cos \alpha$ 和 $\sin \beta$ 的值;
(2) 在(1)的条件下, 求 $\cos(\beta - \alpha)$ 的值;
(3) 已知点 $C(-1, \sqrt{3})$, 求函数 $f(\alpha) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ 的值域.

- 25 设 $\triangle ABC$ 中的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c , 且 $\cos B = \frac{4}{5}$, $b = 2$.

- (1) 当 $a = \frac{5}{3}$ 时, 求角 A 的度数;
(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

- 26 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 的角平分线 AD 与边 BC 相交于点 D , 且 $AC = 2$, $AB = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$.



- (1) 求 BC 的长及 $\sin B$ 的值.
(2) 求 AD 的长.



在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a \sin B - b \cos C = c \cos B$.

(1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状.

(2) 若 $f(x) = \sin x + \cos x$, 求 $f(A)$ 的最大值.

28 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A, B, C , 且 $2\sin^2(B+C) = \sqrt{3} \sin 2A$.

(1) 求 A 的度数.

(2) 若 $BC = 7, AC = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

29 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sqrt{3} \cos B}{b}$.

(1) 求角 B 的值

(2) 如果 $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

30 在 ABC 中, $\angle C = \frac{2\pi}{3}$.

(1) 若 $c^2 = 5a^2 + ab$, 求 $\frac{\sin B}{\sin A}$.

(2) 求 $\sin A \cdot \sin B$ 的最大值.