直线与圆-期中必做题

1 已知圆C：$x^2+y^2-2x+4y-4=0$，直线l与圆C相交于A、B两点．

（1）若直线l过点$M(4,0)$，且$|AB|=2\sqrt{5}$，求直线l的方程．

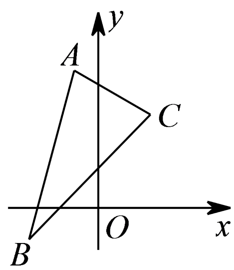
（2）若直线l的斜率为1，且以弦AB为直径的圆经过原点，求直线l的方程．

2 已知直线l经过点$P(-2,5)$且斜率为$-\frac{3}{4}$．

（1）求直线l的方程．

（2）若直线m平行于直线l，且点P到直线m的距离为3，求直线m的方程．

3 如图，已知平行四边形$ABCD$的三个顶点的坐标为$A(-1,4)$，$B(-2,-1)$，$C(2,3)$．



（1）求平行四边形$ABCD$的顶点D的坐标．

（2）在$\triangle ACD$中，求CD边上的高线所在直线方程．

（3）求$\triangle ACD$的面积．

4 已知以点$C\left(t,\frac{3}{t}\right)(t\in\mathbf{R},t\neq0)$为圆心的圆过原点$O$．

（1）设直线$3x+y-4=0$与圆C交于点M、N，若$|OM|=|ON|$，求圆C的方程．

（2）在（1）的条件下，设$B(0,2)$，且P、Q分别是直线l：$x+y+2=0$和圆C上的动点，求$|PQ|-|PB|$的最大值及此时点P的坐标．

5 已知：圆C过点$A(0,0)$，$B(2,0)$，直线$l: x-2y+2=0$．

（1）若圆C与直线l交于两点M，N，且$AM\perp AN$，求圆C的一般方程．

（2）若圆C的圆心到直线l的距离为$\frac{\sqrt{5}}{5}$，求圆C的标准方程．

（3）若直线l与圆C交于两点M，N，且$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AP}$，求点$P$的轨迹．

6 已知圆C经过$P(4,-2)$，$Q(-1,3)$两点，且在y轴上截得的线段长为$4\sqrt{3}$，半径小于5．

（1）求直线PQ与圆C的方程．

（2）若直线$l//PQ$，且l与圆C交于A，B两点，且以线段AB为直径的圆经过坐标原点O，求直线l的方程．

7 已知圆$M: x^2+(y-2)^2=1$，Q是x轴上的动点，QA，QB分别切圆M于A，B两点．

（1）若$Q(1,0)$，求切线QA，QB的方程．

（2）求四边形$QAMB$面积的最小值．

（3）若$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，求直线MQ的方程．

8 已知圆心为C的圆，满足下列条件：圆心C位于x的正半轴上，与直线$3x-4y+7=0$相切，且被y轴截得的弦长为$2\sqrt{3}$，圆C的面积小于13．

（1）求圆C的标准方程．

（2）设过点$M(0,3)$的直线l与圆C相交于不同的两点A, B，已OA, OB为邻边作平行四边形$OADB$．是否存在这样的直线l，使得直线OD与MC恰好平行？如果存在，求出l的方程；如果不存在，说明理由．

9 在平面直角坐标系中，圆M经过点$O(0,0)$、$A(2a,0)$、$B(0,-4a)$，其中$a\in\mathbf{R}$．若过点$N(1,2)$的任意直线都与圆有公共点．

（1）求圆M的方程及a的取值范围．

（2）若$a=-1$，过N的直线与圆M交于P、Q两点，求证：$|PQ|$的取值范围是$[2,2\sqrt{5}]$．

10 已知：直线$l: 3x+4y+1=0$，一个圆与x，y轴正半轴都相切，且圆心C到直线l的距离为3．

（1）求圆的方程．

（2）P是直线l上的动点，PE，PF是圆的两条切线，E，F分别为切点．求四边形$PECF$的面积的最小值．

（3）圆与x轴交点记作A，过A作一直线l_1与圆交于A，B两点，AB中点为M，求$|OM|$最大值．

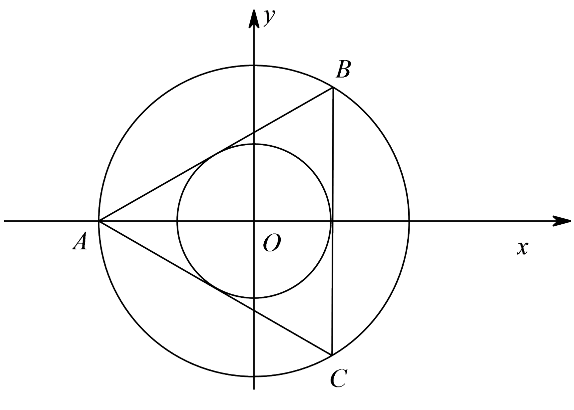
11 在平面直角坐标系xOy中，已知圆O的方程为$x^2+y^2=1$，直线l_1过点$A(3,0)$且与圆O相切．

（1）求直线l_1的方程．

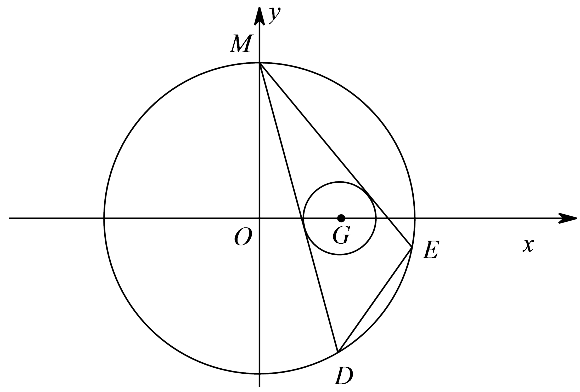
（2）设圆O与x轴交与P，Q两点，M是圆O上异于P，Q的动点，过点A且与x轴垂直的直线为l_2，直线PM交直线l_2于点P'，直线交直线l_2于点Q'，求证：以$P'Q'$为直径的圆C总过定点，并求出定点坐标．

12 已知，圆O：$x^2+y^2=16$．

（1）若圆F：$x^2+y^2=r^2$为圆O的内接$\triangle ABC$的内切圆，其中A为圆O与x轴的左交点，求圆F的半径r．



（2）若圆G：$(x-2)^2+y^2=R^2$内含于圆O：$x^2+y^2=16$，过点$M(0,4)$作圆G的两条切线交圆O：$x^2+y^2=16$于D、E两点，求证：直线DE的斜率为定值．



13 已知圆$O:x^2+y^2=4$，P为直线$l:x=4$上的动点．

（1）过点P向圆引两条切线，若切线长为$2\sqrt{3}$，求两条切线的夹角．

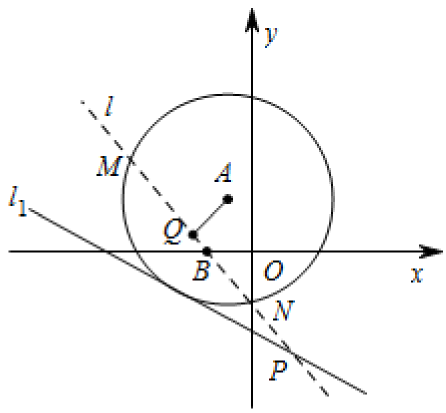
（2）若点$A(-2,0)$，$B(2,0)$，直线PA，PB与圆O的另一个交点分别为M，N，求证：直线MN恒过定点，并求定点的坐标．

14 已知$\odot C:x^2+y^2-2x-3=0$，以及点$A(2,0)$．

（1）若点B是已知圆上的动点，求$\angle CBA$的最大值．

（2）过A且互相垂直的两条射线分别于圆相交，且交点为P、Q．求矩形$APRQ$的顶点R的轨迹方程．

15 如图所示，已知以点$A(-1,2)$为圆心的圆与直线$l_1:x+2y+7=0$相切，过点$B(-2,0)$的动直线l与圆A相交于M，N两点，Q是MN的中点，直线l于l_1相交于点P．



（1）求圆A的方程．

（2）当$|MN|=2\sqrt{19}$时，求直线l的方程．

（3）$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{BP}$是否为定值？如果是，求出其定值；如果不是，请说明理由．

16 已知定点$C(-1,0)$及椭圆$x^2+3y^2=5$，过点C的动直线与椭圆相交于A，B两点．

（1）若线段AB中点的横坐标是$-\frac{1}{2}$，求直线AB的方程．

（2）设点M的坐标为$\left(-\frac{7}{3},0\right)$，求$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的值．

17 若圆C与y轴交于$(0,\sqrt{3})$和$(0,-\sqrt{3})$，且圆心C在直线$x-y+1=0$上．

（1）求圆C的方程．

（2）求过点$M(3,1)$的圆C的切线方程．

（3）设$P(x,y)$是圆C上任意一点，求$2x-y$的最大值．

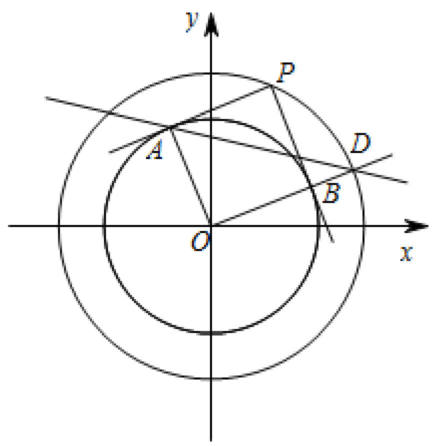
18 在平面直角坐标系xOy中，O为坐标原点．定义$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$两点之间的“直角距离”为$d(P,Q)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$．

（1）若点$A(-1,3)$，求$d(A,O)$的值．

（2）点M为直线$2x+y-4=0$上动点，求$d(O,M)$的最小值．

（3）点N是直线$kx-y+k+3=0(k>0)$上的动点，求$d(O,N)$的最小值（只需写出结论）．

19 已知O为坐标原点，动点P是圆O：$x^2+y^2=r^2$（$r>\sqrt{2}$）上任一点，过点P作圆$x^2+y^2=2$的两条切线PA、PB（A、B为切点），若$PA\perp PB$．



（1）求r的值．

（2）

若射线OB交圆O于点D，是否存在定圆与直线AD总相切，如果存在，求出此定圆的方程；如果不存在，说明理由．

（3）在（Ⅱ）条件下，已知点Q的坐标为$(2,2)$，求$\triangle ADQ$面积的最大值．

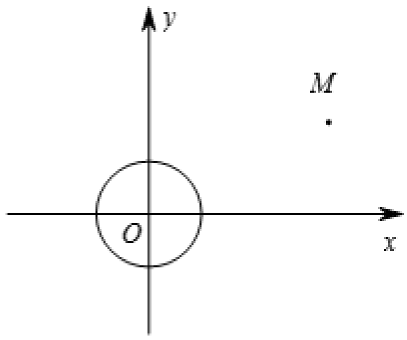
20 已知点$A\left(0,1\right)$，B，C是x轴上两点，且$|BC|=6$（B在C的左侧）．设$\triangle ABC$的外接圆的圆心为M．

（1）已知$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-4$，试求直线$AB$的方程．

（2）当圆M与直线$y=9$相切时，求M的方程．

（3）设$|AB|=l_1$，$|AC|=l_2$，$s=\dfrac{l_1}{l_2}+\dfrac{l_2}{l_1}$，试求$s$的最大值．

21 已知圆O：$x^2+y^2=2$和点$M(4,2)$．



（1）过点M向圆O引切线l，求直线l的方程．

（2）求以点M为圆心，且被直线$y=2x-1$截得的弦长为4的圆M的方程．

（3）设P为（2）中圆M上任一点，过点P向圆O引切线，切点为Q．试探究：平面内是否存在一定点R，使得$\dfrac{|PQ|}{|PR|}$为定值？若不存在，请说明理由．

22 不等式$\begin{cases}x+y-4\leqslant 0\\2x-y+7\geqslant 0\\x+2y-4\geqslant 0\end{cases}$所表示的区域为$Q$，若定义区域边界的公共点为区域顶点．

（1）求区域Q的顶点及区域的面积；

（2）若点$P\left(x\,,y\right)\in Q$，求$\dfrac{y}{x}$的取值范围；

（3）若点$P\left(x\,,y\right)\in Q$，使得$z_1=y-3x$取最大值时所对应的点为M；

① 求点M坐标；

② 若仅在点M处使得$z_2=2x+ay$有最小值，求a的取值范围．

23 圆O：$x^2+y^2=16$与x轴交于A、B两点（点A在点B的左侧），l_1、l_2是分别过A、B点的圆O的切线，过此圆上的另一个点P（P点是圆上任一不与A、B重合的动点）作此圆的切线，分别交l_1、l_2于C，D两点，且AD、BC两直线交于点M．

（1）设切点P坐标为(x_0,y_0)，求证：切线CD的方程为$x_0x+y_0y=16$．

（2）设点M坐标为(m,n)，试写出m^2与n^2的关系表达式（写出详细推理与计算过程）．

（3）判断是否存在点$Q\,(a,0)\,(a>0)$，使得$|QM|$的最小值为$\frac{\sqrt{7}}{2}$？若存在，求出Q点的坐标．若不存在，请说明理由．

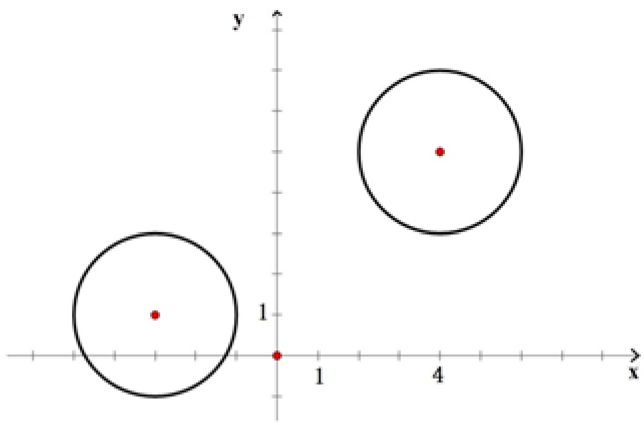
24 在直角坐标系xOy中，以原点为圆心的圆O与直线$x-\sqrt{3}y=4$相切．

（1）求圆O的方程；

（2）从点$A\,(4,4)$引圆的切线，切点为B，求切线长$|AB|$的值；

（3）$P\,(x,y)$是圆O上任意一点，求$x-2y$的取值范围．

25 在平面直角坐标系xoy中，已知圆C_1：$(x+3)^2+(y-1)^2=4$和圆C_2：$(x-4)^2+(y-5)^2=4$，



（1）若直线l过点$A\,(4,0)$，且被圆C_1截得的弦长为$2\sqrt{3}$，求直线l的方程；

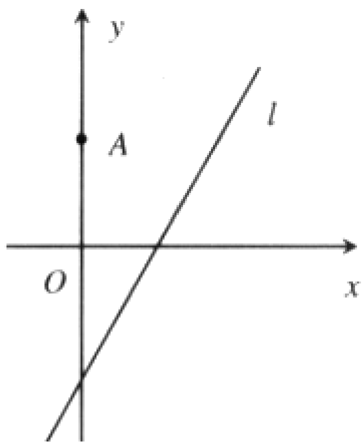
（2）设P为平面上的点，满足：存在过点P的无穷多相互垂直的直线l_1和l_2，它们分别与圆C_1和圆C_2相交，且直线l_1被圆C_1截得的弦长与直线l_2被圆C_2截得的弦长相等，试求所有满足条件的点P的坐标．

26 在平面直角坐标系xOy中，点A的坐标为$(0，3)$，设圆C的半径为1，且圆心C在直线$l:y=2x-4$上．

（1）若圆心C又在直线$y=x-1$上，过点A作圆C的切线，求此切线的方程；

（2）若圆C上存在点M，使得$|MA|=2|MO|$，求圆心C的横坐标的取值范围．

27 如图，在平面直角坐标系xOy中，点$A(0,3)$，直线$l:y=2x-4$，设圆C的半径为1，圆心在直线l上．



（1）若圆心C也在直线$y=x-1$上，过点A作圆C的切线，求切线的方程；

（2）若圆C上存在唯一一点M，使$MA=2MO$，求圆C的方程．

28 已知O为平面直角坐标系的原点，过点$M(-2,0)$的直线l与圆$x^2+y^2=1$交于P，Q两点．

（1）若$|PQ|=\sqrt{3}$，求直线l的方程；

（2）若$\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MQ}$，求直线$l$与圆的交点坐标．

29 已知圆$O:x^2+y^2=4$，点P为直线$l:x=4$上的动点．

（1）若从P到圆O的切线长为$2\sqrt{3}$，求P点的坐标以及两条切线所夹劣弧长；

（2）若点$A(-2,0)$，$B(2,0)$，直线PA，PB与圆O的另一个交点分别为M，N，求证：直线MN经过定点$(1,0)$．

30 设圆C_1的方程为$(x-2)^2+(y-3m)^2=4m^2$，直线l的方程为$y=x+m-1$．

（1）求C_1关于l对称的圆C_2的方程；

（2）当m变化且$m \neq 0$时，求证：C_2的圆心在一条定直线上，并求C_2所表示的一系列圆的公切线方程．